



**Beatriz Cordeiro Mendes**

Licenciatura em Ciências da Engenharia e Gestão Industrial

**Aplicação de Métodos Estatísticos para  
o Controlo e Melhoria do Processo:  
Produção de Várias Referências de Pão**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia e Gestão Industrial

Orientador: Professor Doutor José Gomes Requeijo  
Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia  
da Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Prof. Doutora Isabel Maria do Nascimento Lopes Nunes  
Arguente: Prof. Doutora Maria da Glória Pereira Antunes  
Vogal: Prof. Doutor José Fernando Gomes Requeijo



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Julho 2017**



## **Aplicação de Métodos Estatísticos para o Controlo e Melhoria do Processo: Produção de Várias Referências de Pão**

*Copyright:*

Beatriz Cordeiro Mendes, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



## **Agradecimentos**

Após cumprida esta grande etapa na minha formação não posso deixar de agradecer sinceramente todo o empenho, dedicação e apoio oferecido por várias pessoas ao longo deste percurso.

Ao Professor José Requeijo agradeço a transmissão dos conhecimentos imprescindíveis para a realização desta dissertação, bem como todo o apoio, orientação e disponibilidade gentilmente demonstrados enquanto Orientador.

A toda a equipa da Panpor com a qual tive o prazer de trabalhar, aprender e colaborar neste projeto, em especial à equipa do Laboratório da Qualidade e às equipas de Produção. Agradeço a oportunidade de realizar esta dissertação facultada pela Eng<sup>a</sup>. Elsa Matias, cujo entusiasmo no potencial da aplicação de métodos estatísticos aos processos produtivos da empresa me deu motivação extra para atingir os objetivos ao qual nos propusemos.

À Eng<sup>a</sup> Elsa Gomes que me acompanhou diariamente, sempre de forma acolhedora e disponível, em todo o processo e que foi indispensável para a boa aplicação das ferramentas em estudo.

Aos meus amigos e família que me acompanharam e torceram por mim nesta “maratona” e cujo apoio constante tornou toda esta experiência muito mais enriquecedora.

Ao meu irmão, Bernardo, pela boa disposição constante enquanto “ajudante” na recolha de dados.

Ao Pedro por estar sempre ao meu lado, inclusivamente na recolha de dados pela noite fora.

Aos meus pais, pelo apoio incondicional, conselhos, amparo nas horas difíceis e sorrisos nos momentos bons, nesta etapa e em toda a minha vida.



## Resumo

Para o desenvolvimento do presente estudo de caso, em colaboração com o Laboratório da Qualidade da Panpor S.A, foram utilizados dois métodos estatísticos com o objetivo de controlar mais eficientemente e melhorar os seus processos produtivos de pão, nomeadamente o DOE – Desenho de Experiências - e o SPC – Controlo Estatístico de Processos.

Enquanto metodologia, o DOE foi aplicado ao processo de produção de uma das três referências em estudo com o objetivo de reduzir a sua variabilidade e aproximar o seu valor médio a um valor nominal (*target*) no que diz respeito à característica da Qualidade “Peso”.

O SPC foi aplicado a três referências de pão distintas, incluindo à referência a qual foi aplicado o DOE primeiramente, em duas vertentes: o controlo estatístico Univariado e Multivariado. A aplicação do controlo estatístico nas duas vertentes mencionadas teve como objetivo comparar os resultados obtidos de forma a testar a aplicabilidade de cada uma das vertentes à natureza dos processos em questão.

A redução da variabilidade dos processos produtivos e controlo dos mesmos conduz à poupança de recursos permitindo à Panpor tornar-se mais competitiva no mercado em que opera, fortalecendo assim a sua posição enquanto líder de mercado. Neste âmbito, torna-se relevante a introdução da empresa aos benefícios da aplicação de métodos estatísticos na sua indústria, bem como o investimento inicial na recolha e partilha do conhecimento necessário para a aplicação dos mesmos.

Conforme previsto, foram identificados os melhores níveis dos fatores significativos que permitem atingir o *valor target* desejado para a referência em questão, bem como introduzido o controlo estatístico de processos na empresa.

A aplicação de métodos estatísticos deve ser continuada, com o objetivo de melhorar continuamente os procedimentos associados à mesma, ajustando as metodologias à evolução dos processos da Panpor com o decorrer do tempo.

**Palavras-chave:** DOE, SPC, Variabilidade, Valor Nominal, Característica da Qualidade, Peso





## **Abstract**

For the development of this study case, in collaboration with Panpor S.A's Quality Laboratory, two statistical methods were used with the objective of controlling more efficiently and improving its bread productive processes, namely the DOE - Design of Experiments – and the SPC – Statistical Process Control.

As a methodology, the DOE was applied to the productive process of one of the three SKU's - Stock Keeping Units - in study with the objective of reducing its variability and approximate its average value to a target value, on what concerns the Quality characteristic "Weight".

The SPC was applied to three distinct bread SKU's, including the one to which the DOE was applied first, in two strands: the Univariate and Multivariate statistical control. The application of the statistical control in two strands had as purpose the comparison between the obtained results as a way of testing the applicability of each strand to the nature of the processes in study.

By reducing and controlling its productive processes Panpor can save on resources, becoming more competitive in the market in which operates, strengthening its position as market leader. In this context, the introduction of the company to the benefits of the application of statistical methods in its industry becomes relevant, as well as the initial investment in the collecting and sharing of the knowledge needed to apply them.

As predicted, it was possible to identify the best levels of the significant factors that lead to the target value wanted for the SKU in study and to introduce the statistical control in the company.

The application of statistical methods should be continued, with the objective of continuously improving the procedures related to it, adjusting the methodologies to the evolution of Panpor's processes over time.

**Keywords:** DOE, SPC, Variability, Target, Quality Characteristic, Weight



## Índice

Capítulo 1 – Introdução .....	1
1.1 Enquadramento, Motivação e Justificação do Tema .....	1
1.2 Objetivos.....	4
1.3 Metodologias e Técnicas Aplicadas .....	4
1.4 Estrutura do Documento .....	6
Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica .....	7
2.1 Qualidade: Conceito e a sua Evolução Histórica .....	7
2.2 Qualidade na Indústria Alimentar .....	8
2.3 Desenho de Experiências (DOE) – Conceito e Evolução Histórica .....	9
2.3.1 DOE – Metodologia e Conceitos .....	10
2.3.2 DOE – Desenho com Um Fator a Vários Níveis .....	13
2.3.3 Verificação dos Pressupostos da Análise de Variância .....	17
2.3.4 Desenho Fatorial Completo com Vários Fatores a Dois Níveis .....	21
2.3.5 Fatorial Completo com Vários Fatores a Dois Níveis: Várias Observações por Réplica .....	24
2.3.6 Fatorial Fracionado.....	27
2.4 Controlo Estatístico do Processo (Univariado) – Conceito e Metodologia .....	27
2.4.1 Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão.....	32
2.4.2 Capacidade Univariada do Processo .....	34
2.4.3 Controlo Estatístico Multivariado .....	36
2.4.4 Cartas baseadas em Médias de Amostras .....	37
2.4.5 Interpretação das Cartas Multivariadas.....	40
2.4.6 Capacidade Multivariada do Processo.....	41
Capítulo 3 - A Empresa: Panpor S.A.....	45
3.1 Introdução.....	45
3.2 História .....	46
Capítulo 4 – Estudo de Caso .....	49
4.1 Seleção do Projeto .....	49
4.2 Características da Qualidade a estudar: Peso e Comprimento .....	50
4.3 Processos de Produção .....	51
4.4 Desenho de Experiências – DOE.....	52
4.4.1 Aplicação do DOE .....	52
4.4.2 Recolha de dados – DOE.....	55
4.4.3 Tratamento de dados – DOE (Resultados) .....	56
4.5 Recolha de dados – Fase 1: SPC Univariado e Multivariado .....	61
4.5.1 SPC Univariado – Fase 1 .....	61
4.5.2 Tratamento de dados – Fase 1: SPC Univariado .....	64
4.5.3 Estudo Univariado da Capacidade.....	65

4.5.4	SPC Multivariado – Fase 1 .....	67
4.5.5	Estudo Multivariado da Capacidade .....	68
4.5.6	Recolha de dados – Fase 2: SPC Univariado e Multivariado .....	71
4.5.7	SPC Univariado – Fase 2 .....	71
4.5.8	SPC Multivariado – Fase 2 .....	72
4.5.9	Comparação entre o estudo Univariado e Multivariado .....	74
Capítulo 5 - Conclusões e Sugestões .....		77
5.1.	Conclusões .....	77
5.2.	Sugestões de Trabalhos Futuros .....	79
Referências Bibliográficas .....		83
Anexos .....		85
Anexo A – DOE: Folha de Registo .....		85
Anexo B – DOE: Matriz de Planeamento com Dados Recolhidos .....		86
Anexo C – Fatores para a construção de cartas de controlo tradicionais de variáveis .....		87
Anexo D – Valores Críticos da Distribuição da Estatística <b><i>Dn</i></b> (Kolmogorov–Smirnov) .....		88
Anexo E – Distribuição da Estatística D (Lilliefors) .....		89
Anexo F – DOE: Resíduos C70g .....		90
Anexo G – SPC Univariado: Fase 1 .....		93
Anexo H – SPC Univariado: Testes K-S Statística .....		99
Anexo I – Especificações Técnicas para as características “Peso” e “Comprimento” para as referências em estudo .....		102
Anexo J – Índices de Capacidade calculados através do Statística para as características “Peso” e “Comprimento” para as referências em estudo .....		103
Anexo L – SPC Multivariado: Fase 1 .....		106
Anexo M – SPC Multivariado: Testes KS Statística .....		109
Anexo N – SPC Multivariado: Distribuição dos dados transformados ao longo da reta normal obtida através do software Action Stat .....		112
Anexo O – SPC Univariado: Fase 2 .....		114
Anexo P – SPC Multivariado: Fase 2 .....		116
Anexo Q – SPC Multivariado: Estatística d .....		117

## Índice de Figuras

Figura 2.1 - Disposição gráfica dos resíduos em ordem ao tempo .....	19
Figura 2.2 – Disposição gráfica dos resíduos em função dos valores previstos .....	19
Figura 2.3 - Matriz de Planeamento do fatorial $2^2$ .....	22
Figura 2.4 – Tabela ANOVA para um Fatorial Completo com Vários Fatores a Dois Níveis com Várias Observações por Réplica.....	26
Figura 2.5 – Carta de Controlo.....	29
Figura 3.1 - Logótipo Panpor.....	46
Figura 3.2 - Vista do edifício de escritórios da fábrica em Rio Maior.....	46
Figura 4.1– Teste K-S aos resíduos do DOE.....	59
Figura 4.2 – Carta de Controlo Inicial da Média das Amostras do Peso para RC270g.....	62
Figura 4.3 – Carta de Controlo Inicial do Desvio Padrão das Amostras do Peso para RC270g	62
Figura 4.4 – Carta de Controlo Inicial da Média das Amostras do Comprimento para RC270g	62
Figura 4.5 – Carta de Controlo Inicial do Desvio Padrão das Amostras do Comprimento para RC270g .....	63
Figura 4.6 – Carta de Controlo Final da Média das Amostras do Peso para RC270g .....	63
Figura 4.7 – Carta de Controlo Final do Desvio Padrão das Amostras do Peso para RC270g .	63
Figura 4.8 – Carta de Controlo Final da Média das Amostras do Comprimento para RC270g .	63
Figura 4.9 – Carta de Controlo Final do Desvio Padrão das Amostras do Comprimento para RC270g .....	64
Figura 4.10 – Teste de KS para a variável “Peso” da Fase 1 para a referência RC270g .....	65
Figura 4.11 – Carta de Controlo $T^2$ revista para RC270g.....	68
Figura 4.12 – Histograma da Caraterística “Comprimento” da referência C70g para o Estudo Multivariado .....	69
Figura 4.13 – Distribuição dos dados transformados da característica “Comprimento” da referência C70g na reta Normal, obtida através do software Action Stat .....	70
Figura 4.14 – Carta de Controlo da Média das Amostras do Peso para RC270g.....	71
Figura 4.15 – Carta de Controlo do Desvio Padrão das Amostras do Peso para RC270g .....	71
Figura 4.16 – Carta de Controlo da Média das Amostras do Comprimento para RC270g .....	72
Figura 4.17 – Carta de Controlo do Desvio Padrão das Amostras do Comprimento para RC270g .....	72
Figura 4.18 – Carta $T^2$ para a Fase 2 da referência RC270g.....	73
Figura A.1 – Folha de Registo.....	85
Figura B.1 – Matriz de Planeamento com Dados Recolhidos .....	86
Figura C.1 - Fatores para a construção de cartas de controlo tradicionais de variáveis .....	87
Figura D.1 - Valores Críticos da Distribuição da Estatística $D_n$ (Kolmogorov–Smirnov).....	88
Figura E.1 - Distribuição da Estatística D (Lilliefors).....	89
Figura G.1 – Carta de Controlo Inicial da Média das Amostras do Peso para C70g .....	93
Figura G.2 – Carta de Controlo Inicial do Desvio Padrão das Amostras do Peso para C70g....	93
Figura G.3 – Carta de Controlo Inicial da Média das Amostras do Comprimento para C70g ....	93

Figura G.4 – Carta de Controlo Inicial da Média das Amostras do Desvio Padrão para C70g ..	94
Figura G.5 – Carta de Controlo Final da Média das Amostras do Peso para C70g.....	94
Figura G.6 – Carta de Controlo Inicial do Desvio Padrão das Amostras do Peso para C70g....	94
Figura G.7– Carta de Controlo Final da Média das Amostras do Comprimento para C70g .....	95
Figura G.8 – Carta de Controlo Final da Média das Amostras do Desvio Padrão para C70g ...	95
Figura G.9 – Carta de Controlo Inicial da Média das Amostras do Peso para R270g .....	95
Figura G.10 – Carta de Controlo Inicial do Desvio Padrão das Amostras do Peso para R270g	96
Figura G.11 – Carta de Controlo Inicial da Média das Amostras do Comprimento para R270g	96
Figura G.12 – Carta de Controlo Inicial da Média das Amostras do Comprimento para R270g	96
Figura G.13 – Carta de Controlo Final da Média das Amostras do Peso para R270g.....	97
Figura G.14 – Carta de Controlo Final do Desvio Padrão das Amostras do Peso para R270g.	97
Figura G.15 – Carta de Controlo Final da Média das Amostras do Comprimento para R270g .	97
Figura G.16 – Carta de Controlo Final da Média das Amostras do Comprimento para R270g .	98
Figura H.1 – Teste de KS para a variável “Comprimento” da Fase 1 para a referência RC270g .....	99
Figura H.2 – Teste de KS para a variável “Peso” da Fase 1 para a referência R270g .....	99
Figura H.3 – Teste de KS para a variável “Comprimento” da Fase 1 para a referência R270g .....	100
Figura H.4 – Teste de KS para a variável “Peso” da Fase 1 para a referência C70g .....	101
Figura H.5– Teste de KS para a variável “Comprimento” da Fase 1 para a referência C70g..	101
Figura L.1 – Carta de Controlo Inicial $T^2$ para a referência RC270g.....	106
Figura L.2 – Carta de Controlo Inicial $T^2$ para a referência R270g .....	106
Figura L.3 – Carta de Controlo Inicial $T^2$ para a referência C70g .....	107
Figura L.4 – Carta de Controlo Revista $T^2$ para a referência RC270g .....	107
Figura L.5 – Carta de Controlo Revista $T^2$ para a referência R270g.....	107
Figura L.6 – Carta de Controlo Revista $T^2$ para a referência C70g.....	108
Figura M.1 – Teste de KS para a variável “Peso” da Fase 1 para a referência RC70g .....	109
Figura M.2 – Teste de KS para a variável “Comprimento” da Fase 1 para a referência RC270g .....	109
Figura M.3 – Teste de KS para a variável “Peso” da Fase 1 para a referência R270g .....	110
Figura M.4 – Teste de KS para a variável “Comprimento” da Fase 1 para a referência R270g .....	110
Figura M.5 – Teste de KS para a variável “Peso” da Fase 1 para a referência C70g.....	111
Figura N.1 – Distribuição dos dados transformados da característica “Comprimento” da referência RC270g na reta Normal, obtida através do software Action Stat .....	112
Figura N.2 – Distribuição dos dados transformados da característica “Comprimento” da referência R270g na reta Normal, obtida através do software Action Stat .....	113
Figura O.1 – Carta de Controlo da Média das Amostras do Peso para R270g.....	114
Figura O.2 – Carta de Controlo do Desvio Padrão das Amostras do Peso para R270g.....	114
Figura O.3 – Carta de Controlo da Média das Amostras do Comprimento para R270g .....	114

Figura O.4 – Carta de Controlo do Desvio Padrão das Amostras do Comprimento para R270g .....	114
Figura O.5 – Carta de Controlo da Média das Amostras do Peso para C70g.....	115
Figura O.6 – Carta de Controlo do Desvio Padrão das Amostras do Peso para C70g.....	115
Figura O.7 – Carta de Controlo da Média das Amostras do Comprimento para C70g .....	115
Figura O.8 – Carta de Controlo do Desvio Padrão das Amostras do Comprimento para C70g .....	115
Figura P.1 – Carta $T^2$ para a Fase 2 da referência RC270g .....	116
Figura P.2 – Carta $T^2$ para a Fase 2 da referência R270g .....	116
Figura P.3 – Carta $T^2$ para a Fase 2 da referência C70g .....	116





## Índice de Tabelas

Tabela 2.1 – Desenho com um Fator a Vários Níveis .....	14
Tabela 2.2 - ANOVA para um Fator a Vários Níveis, Modelo de Efeitos Fixos .....	17
Tabela 2.3 – Fatorial completo $2^2$ .....	21
Tabela 2.4 – Exemplo da aplicação do algoritmo de Yates para um fatorial $2^3$ não replicado ..	24
Tabela 2.5 – Fatorial $2^3$ replicado com $n = 2$ e seis observações por réplica .....	24
Tabela 2.6– Tipos de Cartas de Controlo .....	32
Tabela 3.1 – Distribuição de Quotas de Mercado das principais empresas que operam no sector de produtos panificados congelados .....	45
Tabela 4.1 -Fatores a testar para o fatorial completo $2^3$ .....	53
Tabela 4.2 – Algoritmo de Yates .....	56
Tabela 4.3 – Equações utilizadas para o cálculo das variáveis da tabela ANOVA .....	57
Tabela 4.4 – Tabela ANOVA obtida para o DOE .....	57
Tabela 4.5 – Tabela correspondente aos melhores níveis da interação BC .....	58
Tabela 4.6 – Variáveis utilizadas nos cálculos para o Teste de Bartlett .....	60
Tabela 4.7 – Cálculos auxiliares para o cálculo da estatística de teste para o Teste de Bartlett .....	60
Tabela 4.8 – Resultados obtidos para o Teste de Bartlett. ....	60
Tabela 4.9 – Parâmetros e Limites das Referências em estudo após a Fase 1 do SPC Univariado para a característica “Peso” .....	64
Tabela 4.10 – Parâmetros e Limites das Referências em estudo após a Fase 1 do SPC Univariado para a característica “Comprimento” .....	64
Tabela 4.11 – Resultado dos teste de Normalidade para as três referências em estudo .....	65
Tabela 4.12 – Especificação da característica “Peso” da referência RC270g .....	66
Tabela 4.13 – Índices de Capacidade para a característica “Peso” da referência RC270g .....	66
Tabela 4.14 – Índices de Capacidade para a característica “Peso” da referência RC270g .....	67
Tabela F.1 - Réplica 1 .....	90
Tabela F.2 - Réplica 2 .....	90
Tabela F.3 - Réplica 3 .....	91
Tabela F.4 - Réplica 4 .....	91
Tabela F.5 - Réplica 5 .....	92
Tabela F.6 - Réplica 6 .....	92
Tabela I.1 – Especificação da característica “Peso” da referência RC270g .....	102
Tabela I.2 – Especificação da característica “Comprimento” da referência RC270g .....	102
Tabela I.3 – Especificação da característica “Peso” da referência R270g .....	102
Tabela I.4– Especificação da característica “Comprimento” da referência R270g .....	102
Tabela I.5 – Especificação da característica “Peso” da referência C70g .....	102
Tabela I.6 – Especificação da característica “Comprimento” da referência C70g .....	102

Tabela J.1 – Índices de Capacidade para a característica “Comprimento” da referência RC270g .....	103
Tabela J.2 – Índices de Capacidade para a característica “Peso” da referência R270g.....	103
Tabela J.3– Índices de Capacidade para a característica “Comprimento” da referência R270g .....	104
Tabela J.4 – Índices de Capacidade para a característica “Peso” da referência C70g.....	104
Tabela J.5 – Índices de Capacidade para a característica “Comprimento” da referência C70g .....	105
Tabela Q.1 – Resultados obtidos para os cálculos da “Estatística d” para a referência R270g .....	117
Tabela Q.2 – Resultados obtidos para os cálculos da “Estatística d” para a referência C70g .....	117

## Lista de Siglas e Abreviaturas

ANOVA	<i>Analysis of Variance</i>
$C_p$	Índice de Capacidade Potencial do Processo
$C_{pk}$	Índice de Capacidade do Processo
$(C_{pk})_I, (C_{pk})_S,$	Índice de Capacidade Inferior ou Superior do Processo
$C_{PM}$	Índice de Capacidade Multivariado
DOE	<i>Design of Experiments</i>
FC	Fator de Correção
Horeca	Hotelaria, Restauração e Comércio
K-S	Kolmogorov-Smirnov
LC	Linha Central
LI	Índice de Capacidade Multivariado
LIC	Limite Inferior de Controlo
LIE	Limite Inferior de Especificação
LSC	Limite Superior de Controlo
LSE	Limite Superior de Especificação
MS	<i>Mean of Squares</i>
PV	Índice de Capacidade Multivariado
SPC	<i>Statistical Process Control</i>
SS	<i>Sum of Squares</i>



## Lista de Símbolos

$d$	Estatística de Teste de Kolmogorov-Smirnov
$D_{crítico}$	Valor Crítico para o Teste de Kolmogorov-Smirnov
$F_0$	Valor Crítico para a Distribuição de Fisher (ANOVA)
$m$	Número de Amostras
$n$	Dimensão da Amostra, Número de Réplicas no DOE
$p$	Número de Características da Qualidade
$S$	Desvio Padrão Amostral
$S^2$	Variância Amostral
$T^2$	Estatística de Hotelling
$Y$	Característica da Qualidade
$\bar{X}$	Média Amostral
$\bar{\bar{X}}$	Média das Médias Amostrais
$\alpha$	Nível de Significância
$\chi^2$	Estatística Qui-Quadrado
$\mu$	Média do Processo
$\sigma$	Desvio Padrão do Processo
$\sigma^2$	Variância do Processo



## Capítulo 1 – Introdução

Neste primeiro capítulo introdutório são descritos os objetivos associados a este estudo, sendo igualmente exploradas as motivações que o originaram, a introdução às metodologias utilizadas e o contexto no qual o mesmo se desenvolveu.

### 1.1 Enquadramento, Motivação e Justificação do Tema

Atualmente, a capacidade de uma empresa ser competitiva no mercado no qual opera é cada vez mais relevante. Os mercados estão cada vez mais saturados e competitivos, logo faz sentido que as empresas concentrem os seus esforços e recursos na obtenção da vantagem competitiva que os auxilie a atingir a posição desejada de líder de mercado.

A vantagem competitiva resulta da capacidade de praticar preços de venda acima da média e/ou ter custos abaixo da média do sector (Porter, 1998). Para praticar preços de venda acima da média é necessário oferecer uma diferenciação acrescida, por outro lado, para ter custos operacionais abaixo da média é necessário ser mais produtivo que a concorrência. Assim, o objetivo de uma empresa, no que diz respeito à competitividade, é superiorizar-se à concorrência no que diz respeito a custos e/ou à diferenciação.

A área da Qualidade é de extrema importância no âmbito descrito. Mesmo assumindo que uma empresa de manufatura tem todos os seus processos perfeitamente controlados, não é garantido que esta seja competitiva. A vantagem competitiva está para além da estabilização de processos, visto que produzir dentro dos limites de especificação não é garantia de sucesso neste sentido. É necessário procurar o equilíbrio entre produção sem defeitos e capaz de responder às especificações dos clientes, e os custos associados aos gastos necessários para que tal se verifique.

É neste sentido que as empresas procuram a redução da variabilidade associada aos seus processos e, consequentemente, aos seus produtos. Reduzindo a variabilidade é possível não só reduzir custos operacionais, mas também aumentar a qualidade geral dos produtos produzidos (Pereira & Requeijo, 2012).

O objetivo da Panpor relativo ao problema que se propõe solucionar, descrito de forma sintetizada, é reduzir a variabilidade associada a duas características específicas – o peso e comprimento do pão produzido. O peso final das referências de pão produzidas, aquele que tem que obedecer às especificações dos clientes, tem associada uma variabilidade significativa, sendo que se suspeita que esta seja criada principalmente pelo processo de cozedura ao qual o produto é sujeito. O comprimento é significativamente mais fácil de controlar durante o processo de produção, no entanto, esta característica é de extrema importância no que diz respeito ao

produto ser considerado conforme, ou não.

A empresa pretende que seja realizado um estudo que permita identificar quais os fatores/características que afetam o peso do pão significativamente, e quais os níveis a que estes devem ser calibrados de forma a atingir um valor *target* para o peso.

Posteriormente, faz sentido verificar a estabilidade do processo no que diz respeito às duas características mencionadas, bem como proceder à estimação dos parâmetros do processo (média e variância) e, depois deste se encontrar perfeitamente estabilizado, estudar a sua capacidade. Caso o processo não tenha capacidade, devem ser feitas alterações aos fatores que se sabe que têm influência significativa na característica a controlar em questão.

A empresa pretende que o estudo seja realizado com base em três referências produzidas em duas linhas distintas e, depois de se verificar a utilidade do sistema de controlo estatístico implementado, implementá-lo nas outras linhas que a empresa possui nas suas fábricas. Caso o estudo produza resultados positivos, prevê-se que a empresa verifique uma redução significativa nos custos de matéria-prima utilizada na produção. É possível chegar a esta conclusão visto que o método utilizado para contornar a variabilidade do peso do pão implica a utilização de massa em excesso, de forma a impedir que o produto final esteja abaixo do limite inferior de controlo definido.

Para a identificação dos fatores que afetam significativamente o processo será utilizada a ferramenta DOE (Desenho/Planeamento de Experiências), e para o controlo estatístico do processo, e monitorização do mesmo, serão utilizadas Cartas de Controlo Univariadas e Multivariadas, cuja comparação de resultados permitirá retirar conclusões mais fiáveis. A recolha de dados será igualmente um elemento de extrema importância visto que influenciará todo o estudo.

Considerando a descrição do problema no capítulo anterior, é possível identificar a questão central de investigação como: “Como é que produtores de pão podem controlar com sucesso a variabilidade do peso das referências produzidas?”.

De acordo com a questão de investigação identificada, é necessário esclarecer alguns pontos. Em primeiro lugar, identificar o tipo de dados necessários para que seja possível garantir que a variabilidade está a ser controlada. Neste caso, a variabilidade será controlada através da elaboração de Cartas de Controlo que permitirão não só controlar/monitorizar, mas também analisar o comportamento das características “peso” e “comprimento” ao longo do tempo. Assim, será necessário recolher amostras das referências a controlar, catalogar os resultados da característica “peso” e “comprimento” e desenhar as cartas de controlo indicadas.

No caso de experiências associadas ao controlo estatístico de processos, a forma como são recolhidos os dados é da maior importância, bem como a definição da dimensão da amostra a recolher (Montgomery, 2017).

Visto que o estudo será realizado com base em dados reais obtidos em ambiente fabril, e dada



a natureza dos produtos produzidos, faz todo o sentido que sejam recolhidas amostras de raiz em detrimento da utilização de dados recolhidos anteriormente.

Considerando que são produzidas centenas de milhares de unidades de pão por dia, no conjunto das várias linhas da fábrica em questão, não existe o problema de o número de unidades necessárias para a realização das experiências ser inatingível, visto que os métodos experimentais utilizados não exigem um número considerável de unidades por amostra. Por exemplo, neste ramo alimentar, se se verificar a necessidade de recolher duas mil unidades para uma experiência ou apenas para uma verificação de controlo da qualidade, este valor não representa uma perda de recursos financeiros significativa caso as unidades recolhidas para a experiência em questão não sejam vendidas.

Na área da Qualidade, em grande parte dos casos nos quais se pretende realizar experiências, nomeadamente Desenhos de Experiências ou até mesmo para a elaboração de Cartas de Controlo, a Normalidade dos dados é relevante, bem como a questão de serem identicamente distribuídos e aleatórios (Pereira & Requeijo, 2012). Deste modo, o processo físico de recolha de dados deve seguir determinadas regras, incluindo neste caso particular para as experiências a realizar. De forma a facilitar o processo serão utilizadas folhas de registo/verificação para registar os dados recolhidos na linha de fabrico. Este método permite uma tradução mais simples e intuitiva das observações em Cartas de Controlo, por exemplo.

A dimensão da amostra a utilizar é da maior importância visto que é inerente às características teóricas do processo experimental a seguir para a determinação dos fatores que influenciam significativamente a resposta da característica da qualidade a estudar. Assim, será seguido o procedimento indicado no livro de apoio às disciplinas de Planeamento e Controlo da Qualidade e Técnicas Avançadas da Qualidade - Pereira, Z. L., & Requeijo, J. G. (2012). Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos (2ª ed.) - para a recolha de amostras, de forma a que o conjunto resultante contenha dados identicamente distribuídos e normalizados.

Conforme mencionado, a identificação e recolha corretas de dados facilitam consideravelmente a análise dos mesmos. Tendo em consideração a natureza do estudo a realizar e a área no qual se insere, é possível compreender a utilização de Cartas de Controlo e de gráficos e tabelas resultantes da utilização do *software* Statistica para a análise dos resultados obtidos.

Para o controlo da variabilidade do peso das referências produzidas é necessário recorrer à análise de Cartas de Controlo da média e do desvio padrão das características “peso” e “comprimento”. Esta análise será feita de acordo com as técnicas indicadas no livro referido, sendo que estes temas foram estudados na disciplina de Planeamento e Controlo da qualidade, e com maior pormenor na disciplina de Técnicas Avançadas da qualidade. Logo, os processos a seguir são baseados em técnicas científicas desenvolvidas por vários autores reconhecidos na área da Qualidade, e não num método desenvolvido pelos responsáveis pela realização do estudo em si.

## **1.2 Objetivos**

Este trabalho tem vários objetivos associados, sendo que o de maior importância está relacionado com a resolução, com sucesso, do problema proposto pela empresa em questão, e com a tradução do estudo/investigação em conteúdo científico apropriado para a Dissertação de Mestrado a elaborar.

Concretamente, pretende-se com esta dissertação reduzir a variabilidade das referências de pão em estudo e controlar estatisticamente os processos associados às mesmas, no que diz respeito ao peso e comprimento das unidades produzidas. Pretende-se ainda, que através da partilha de conhecimento com a equipa da qualidade da Panpor durante o período de realização do estudo, seja possível reproduzir e aplicar os mesmos princípios no futuro. Desta forma, pretende-se que a equipa envolvida nesta investigação tenha a oportunidade de colocar em prática conteúdos teóricos, e que os resultados obtidos se traduzam em ganhos financeiros para a empresa associada. É ainda pretendido pela empresa que seja possível implementar o método de investigação/experimentação às restantes linhas sobre as quais os ensaios não foram realizados. Logo, um dos objetivos específicos será documentar o processo e partilhar o conhecimento obtido resultante deste estudo com outros membros da empresa que não estiverem diretamente envolvidos nesta experimentação, para que estes possuam as ferramentas necessárias para implementar por si este método de controlo estatístico e melhoria do processo.

A resolução com sucesso do problema da variabilidade do peso das referências produzidas, tem, portanto, uma série de objetivos específicos associados, para além do referido.

Para a concretização do objetivo descrito serão assim aplicados vários métodos estatísticos para o controlo e melhoria dos processos de produção de três referências de pão, nomeadamente o Desenho de Experiências (DOE) e a utilização de Cartas de Controlo Univariadas e Multivariadas.

## **1.3 Metodologias e Técnicas Aplicadas**

Um dos principais objetivos do estudo a realizar é a resolução do problema proposto pela empresa, neste caso, a implementação de um método científico que permita reduzir a variabilidade das características “peso” e “comprimento” das referências de pão produzidas.

Para atingir este objetivo foi estudada qual a sequência de ferramentas da Qualidade mais indicada a aplicar. Assim, no início da investigação foi determinado que, em primeiro lugar e de forma a identificar quais os fatores que influenciam significativamente o peso das referências de pão produzidas, seria utilizado o Desenho de Experiências (DOE). Esta ferramenta, também designada por Planeamento de Experiências, permite determinar quais os fatores controláveis que afetam determinadas características da Qualidade e quais os melhores níveis desses fatores. Desta forma, é possível aumentar a resistência do produto em questão aos fatores de ruído, satisfazendo assim os requisitos das diversas partes interessadas no desempenho de uma organização (Pereira & Requeijo, 2012).

Assim, é necessário desenhar a experiência em si: definir o número de réplicas a realizar, a sequência de experimentação, os fatores e níveis a testar, entre outros. Quando a experiência se encontra completamente desenhada é possível proceder à recolha de dados para realizar a experiência em si. Após a recolha de dados e da análise dos mesmos, verificam-se quais os fatores significativos bem como os níveis que permitem atingir o valor mais próximo possível (dentro das condições estabelecidas) do *target* pretendido. Seguidamente, é necessário iniciar o processo de Controlo Estatístico dos processos de produção das referências selecionadas, através da construção e análise de Cartas de Controlo.

Uma carta de controlo é definida por um gráfico que permite ver a evolução, ao longo do tempo, de uma estatística referente a uma determinada característica da qualidade (Pereira & Requeijo, 2012). Para além dos valores que constituem o padrão de evolução do processo, são representadas nos gráficos os limites superior e inferior do controlo estatístico e a linha central. Num processo sob controlo estatístico o padrão deve ser perfeitamente aleatório no intervalo compreendido nos limites de controlo. Se um ou mais pontos não pertencerem ao intervalo mencionado pode inferir-se que o processo está fora de controlo estatístico. Mesmo quando todos os pontos representados no gráfico se encontram dentro do intervalo, é possível que apresentem uma tendência especial ou sistemática, o que pode indiciar a existência de Causas Especiais. Neste caso, é necessário investigar a(s) causa(s) responsável e corrigir o processo.

O processo a seguir, para a construção das cartas de controlo, é iterativo e é comum considerar duas fases. A primeira fase corresponde a um controlo retrospectivo do processo, no qual ainda não são conhecidos os seus parâmetros (média e variância). A segunda fase diz respeito à monitorização do processo propriamente dita, na qual os parâmetros já foram estimados anteriormente (Pereira & Requeijo, 2012).

Considerando que o processo em estudo se encontra sob controlo estatístico, ou seja, que apresenta apenas causas comuns de variação, e que foram estimados a média e a variância do processo, é possível verificar a capacidade do processo. Um processo tem capacidade quando o mesmo tem aptidão para produzir, consistentemente, dentro dos limites de especificação, ou seja, se satisfizer as especificações técnicas aplicadas.

O procedimento a seguir na fase 2 é semelhante ao seguido na Fase 1, sendo relevante referir que a diferença principal incide no caso de ocorrência de causas especiais. Caso seja detetada uma situação fora de controlo deve ser identificada a causa e implementadas ações corretivas. Para o valor da amostra seguinte deve ser considerado o valor da estatística e representado no gráfico o respetivo valor.

Após o processo de controlo estar implementado na linha de produção em questão pretende-se que seja possível implementá-lo a outras linhas e produtos, considerando as alterações necessárias para cada caso. Para este efeito, o conhecimento teórico e prático resultante da elaboração deste estudo será partilhado em pormenor com o departamento da Qualidade da empresa para que seja possível a futura implementação do método utilizado de forma autónoma.

### **1.4 Estrutura do Documento**

Este documento encontra-se dividido em cinco capítulos distintos, sendo que no primeiro é apresentado um sumário do estudo desenvolvido com o objetivo de apresentar o contexto no qual se insere. São descritas as motivações do estudo de caso, sendo o tema justificado.

No segundo capítulo são expostos os conceitos teóricos relevantes para a aplicação dos métodos estatísticos em questão, bem como desenvolvimentos recentes nas áreas de estudo associadas. O DOE é abordado em primeiro lugar seguido do SPC nas suas duas vertentes, uni e multivariado, de acordo com a ordem lógica de utilização destas ferramentas.

O terceiro capítulo introduz a empresa sob a qual incidiram as questões de investigação, a Panpor S.A., descreve a sua organização e história. Seguidamente é exposto o desenvolvimento do estudo de caso – metodologia, procedimentos, demonstração de cálculos, entre outros - sendo que no último e quinto capítulo são apresentadas conclusões e propostas soluções de melhoria com base nas mesmas.

## Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica

A indústria alimentar de grande escala encontra-se neste momento num período de extrema pressão (Gianni, *et al.*, 2017), não só no que diz respeito ao desafio de corresponder à crescente preocupação com as condições de higiene e segurança dos produtos fabricados, mas também à necessidade de os produzir com grande uniformidade e consistência. Aliada a estes dois grandes desafios mencionados, encontra-se ainda a máxima de redução de custos sem perda de benefícios sob a qual todas as empresas em qualquer indústria têm que se reger de forma a primeiro, sobreviver no mercado no qual operam, e sem dúvida para satisfazer ambições de liderança de mercado.

Mesmo que uma empresa não procure ativamente competir com a sua concorrência através da prática dos preços de venda mais baixos, em detrimento da criação e venda de produtos que se distingam pela sua qualidade e carácter único, o corte de despesas evitáveis é ainda da maior importância.

É no âmbito descrito que este estudo se insere, sendo apresentada neste segundo capítulo a teoria associada a dois métodos estatísticos que permitem melhorar a qualidade de processos aos quais são aplicados, reduzindo desta forma custos desnecessários e contribuindo ativamente para a competitividade das empresas que os implementam. São igualmente descritas as origens das metodologias em questão, os principais conceitos e os desenvolvimentos recentes nas respetivas temáticas da Qualidade na qual se inserem, com enfoque na aplicação das ferramentas na indústria alimentar de grande escala.

### 2.1 Qualidade: Conceito e a sua Evolução Histórica

Considerando que o conceito da qualidade foi e será sempre intrínseco à natureza humana, tendo vindo a ser aplicado, sob as mais diversas formas, ao longo da História (Pereira & Requeijo, 2012) faz sentido que existam múltiplas definições do mesmo. Aspetos relacionados com a normalização, a metrologia e o controlo da Qualidade constituíram sempre uma preocupação para diversas civilizações (Pereira & Requeijo, 2012), logo é espetável que o conceito da qualidade seja constantemente reinventado ao longo do tempo de forma a responder às necessidades do âmbito da área no qual é utilizado.

Enquanto conceito, a qualidade tem sido aplicada nos últimos milénios, no entanto e de forma relativa, apenas recentemente foi considerada formalmente como uma função a ser desempenhada numa organização (Garvin, 1988). Originalmente, a qualidade assumia um papel reativo e orientado para a inspeção, sendo que nos dias de hoje se verifica uma preocupação

cada vez mais significativa em olhar para a qualidade enquanto uma disciplina preventiva, em detrimento da sua conotação inicial.

O controlo da qualidade como o conhecemos hoje em dia, não existia nos séculos dezoito e dezanove. A maioria dos processos de manufatura eram realizados por artesãos especialistas na sua respetiva área, sendo que os seus aprendizes eram supervisionados constantemente até produzirem artigos cuja qualidade fosse aprovada pelos seus superiores. Deste modo, a inspeção final aos produtos relativa às suas características de *design*, serviço e usabilidade, antes da sua venda, tratava-se de um processo relativamente informal. A inspeção formal tornou-se necessária apenas quando a produção em massa surgiu, simultaneamente ao conceito de peças intercambiáveis. À medida que o volume de fabrico aumentava, deixou de ser possível a montagem de componentes através de trabalho manual, sendo necessária a utilização de um sistema especializado semiautomático, capaz de produzir peças intercambiáveis, obedecendo a uma sequência de operações preestabelecidas (Garvin, 1988).

## **2.2 Qualidade na Indústria Alimentar**

A indústria alimentar é conhecida pelos seus produtos altamente perecíveis, alta variabilidade da qualidade das matérias-primas utilizadas, diversidade de técnicas utilizadas nos processos de produção, efeitos de sazonalidade e, tipicamente, por volumes de lotes tradicionalmente baixos (Dora *et al.*, 2012).

No entanto, nos últimos anos, a importância da qualidade para os produtores de produtos alimentares cresceu de forma significativa, principalmente devido às expectativas e padrões da qualidade cada vez mais alto por parte dos seus clientes, regulamentações governamentais e devido à feroz competição que se verifica neste mercado (Lim, *et al.*, 2014).

Como resposta às dificuldades identificadas recentemente, a indústria alimentar começou a procurar soluções através da aplicação de técnicas reconhecidas pelo seu potencial no controlo da qualidade e na melhoria da qualidade de processos e produtos, nomeadamente: práticas de *Food Quality Management* (FQM) formuladas com base em decisões e métodos de produção focadas nos objetivos, de forma a gerir expectativas da qualidade e entrega (Luning & Marcelis, 2007).

O controlo da qualidade na indústria alimentar está intimamente relacionado com a tecnologia existente no momento, com a capacidade sensorial (sabor, cor, textura, cheiro e gosto), atributos físicos, segurança, químicos utilizados nos processos de fabrico e valor nutricional (Edith & Ochubiojo, 2012). Na última década, a preocupação crescente com a segurança alimentar por parte dos produtores dos países ocidentais deu origem a uma tendência significativa na exigência de certificações da qualidade. No entanto, e apesar do descrito, a indústria alimentar apresenta uma fraca performance no que diz respeito ao controlo da qualidade quando comparada com a indústria automóvel, de seguros, aeroespacial, entre outras (Lim, Antony & Albliwi, 2014).

### **2.3 Desenho de Experiências (DOE) – Conceito e Evolução Histórica**

O Desenho de Experiências, Planeamento de Experiências ou Plano de Experiências é uma ferramenta importante no que diz respeito à redução sistemática da variabilidade e consequente melhoria contínua de desempenho de produtos e de processos. Permite determinar quais os fatores controláveis que afetam determinadas características da qualidade e quais os melhores níveis desses fatores de forma a aumentar a resistência do produto aos fatores de ruído, satisfazendo assim os requisitos das diversas partes interessadas no desempenho de uma organização (Pereira & Requeijo, 2012).

Considera-se que o desenvolvimento moderno do design estatístico experimental ocorreu em quatro eras distintas.

O DOE, ainda que em moldes diferentes do que se verifica atualmente, teve a sua origem através da experimentação na área agrícola na década de 20-30 por Sir Ronald A. Fisher. Nesta era marcada pela importância da agricultura, o contributo principal de Fisher enquanto pioneiro foi o reconhecimento do impacto que a forma de como as experiências eram executadas, bem como as suas falhas, tinham na análise dos dados dos sistemas em questão. Através desta percepção, Fisher introduziu princípios e pensamentos estatísticos de forma sistemática nas suas experimentações, tendo as suas publicações influenciado significativamente a utilização de métodos estatísticos na agricultura e áreas associadas. Foi ainda nesta era que foi iniciado o desenvolvimento do desenho fatorial fracionado, bem como a análise de variância (ANOVA) como a conhecemos atualmente.

Com o decorrer do tempo esta ferramenta estatística foi sendo desenvolvida, notoriamente por George Cox e K.B. Wilson com a Metodologia de Superfície de Resposta nos anos 50, durante a denominada era industrial. Cox e Wilson reconheceram e exploram o facto que as experiências ao nível industrial são inerentemente diferentes das experiências agrícolas, tendo ambos contribuído significativamente para o desenvolvimento da qualidade dos processos químicos e industriais.

A terceira era de desenvolvimento do *design* estatístico teve origem no interesse crescente dos países da região Este, nomeadamente o Japão com o trabalho de Genichi Taguchi, na década de 70. Taguchi teve um impacto significativo em expandir e refinar o interesse e utilização do desenho de experiências. Apesar de por vezes controverso, nas suas teorias, reconhece-se hoje em dia a importância que o engenheiro japonês teve na divulgação da metodologia em várias indústrias, nomeadamente nas indústrias de fabrico de peças para automóveis de aeronaves, componentes eletrónicos e semicondutores. É-lhe também atribuída em parte, a renovação do interesse académico pelas abordagens estatísticas à indústria nos ambientes académicos, tendo surgido um número significativo de teorias alternativas à sua, sendo que nesta época, a educação formal em design estatístico experimental passou a fazer parte de muitos programas de engenharia. Verificou-se posteriormente a importância da integração do desenho experimental na engenharia como um todo, bem como o seu impacto na competitividade das

empresas japonesas, sendo esta era do desenvolvimento denominada como “moderna” (Montgomery, 2017).

Mais recentemente, é possível atribuir a Douglas Montgomery, o título de um dos principais especialistas e divulgadores do desenho experimental enquanto metodologia associada à melhoria contínua na área da Qualidade.

A aplicabilidade do DOE tem-se revelado de extrema utilidade na concepção e desenvolvimento de novos produtos e processos, tanto no Japão como nos países ocidentais. Sendo utilizado enquanto uma metodologia de projeto adicional, ou por si só, o DOE contribui para a redução de custos e diminuição do tempo de desenvolvimento de novos produtos, bem como para a melhoria contínua de processos e produtos já existentes (Pereira & Requeijo, 2012).

### **2.3.1 DOE – Metodologia e Conceitos**

A utilização de métodos estatísticos na experimentação é a base de uma grande percentagem da pesquisa feita nos campos da engenharia, ciência e na indústria. Têm o potencial de aumentar significativamente a eficiência das experiências realizadas bem como reforçar a validade das conclusões obtidas (Montgomery, 2017).

A abordagem geral relativa ao planeamento e execução de experiências é frequentemente denominada como estratégia de experimentação, existindo várias estratégias reconhecidas como as melhores práticas no que diz respeito à qualidade dos resultados obtidos.

O *design* experimental é identificado por Montgomery (2017) como sendo uma das estratégias/ferramentas mais importantes utilizadas em engenharia relativamente à melhoria da performance de processos de manufatura. A sua aplicação na fase de desenvolvimento de um processo permite:

- Melhoria do processo em si;
- Redução da variabilidade e conformidade com o valor nominal (*target*) pretendido;
- Redução do tempo de desenvolvimento de produtos;
- Redução geral dos custos.

Montgomery – 2017- define uma experiência como sendo literalmente um teste, no entanto, e de forma mais formal, refere igualmente que a experimentação pode ser definida como uma série de testes na qual são introduzidas alterações propositadas às variáveis de *input* de um processo ou sistema, de forma a ser possível analisar e identificar as razões que conduzem a mudanças nas respostas obtidas.

Sendo que a experimentação envolve frequentemente o estudo de vários fatores, o objetivo mais comum de quem a pratica passa por determinar a influência dos mesmos numa, ou mais, variáveis de resposta.



Os fatores em estudo podem ser controláveis ou não, sendo que se considera que um fator controlável é uma variável cujos valores são alterados pelos investigadores com o intuito de se determinar o efeito numa ou mais respostas (Pereira & Requeijo, 2012).

Os valores que os fatores podem assumir designam-se por níveis, ou tratamentos, sendo que estes podem ser qualitativos ou quantitativos. O efeito de fator é definido como a alteração média observada na resposta, sendo esta o resultado de uma experiência, ou seja, a característica, ou características, da qualidade na qual existe interesse em melhorar.

A replicação e a realização aleatória das experiências são dois princípios/conceitos fundamentais do DOE, sendo a replicação a denominação atribuída à repetição de uma experiência sob condições análogas e a réplica o valor da resposta em cada uma das replicações. A replicação permite obter uma estimativa do erro experimental, sendo uma estimativa mais eficiente dos efeitos dos fatores, permitindo assim concluir com maior fiabilidade acerca das variáveis cujos efeitos são significativos nas respostas das características em estudo.

A aleatoriedade da realização das experiências é relevante no que diz respeito a garantir que as observações obtidas são variáveis aleatórias independentes, sendo por este motivo um princípio subjacente à utilização de vários métodos estatísticos na experimentação. Ao garantir a aleatoriedade da ordem de realização das experiências, recorrendo à ordem padrão, por exemplo, não só se respeita a condição mencionada, mas também é possível alisar os efeitos de fatores externos que possam estar presentes na experimentação.

Apesar da importância deste princípio, em condições de aplicação reais, é por vezes significativamente difícil garantir a aleatoriedade de alguns aspetos do processo. Por exemplo, poderá ser praticamente impossível alterar de forma controlada a temperatura de um forno industrial, tornando a tarefa de garantir a aleatoriedade deste fator praticamente impossível. Existem, no entanto, métodos de *design* estatístico que permitem contornar restrições desta natureza, sendo que é possível reduzir o impacto da não-aleatoriedade na realização das experiências de uma forma prática durante a recolha de dados, nomeadamente através do aumento do número de unidades recolhidas por amostra em comparação com o número mínimo necessário obtido durante a fase de planeamento da experiência. Quando os valores dos números das réplicas –  $n$  – são obtidos através da média de dez unidades, por exemplo, os efeitos da não-aleatoriedade são reduzidos.

O terceiro e final princípio subjacente à aplicação do DOE trata-se da utilização de blocos enquanto técnica, de forma a melhorar a precisão da comparação entre fatores de interesse. Esta técnica é utilizada com frequência quando se pretende reduzir ou eliminar a variabilidade transmitida aos dados por fatores que poderão influenciar o valor da resposta, mas que não constituem interesse no que diz respeito ao seu estudo para quem realiza a experiência.

De acordo com Montgomery (2017), a abordagem utilizada na aplicação do DOE deve seguir certos pressupostos para que seja sistemática, organizada e permita envolver todos os elementos responsáveis pela implementação desta ferramenta de forma a obter os melhores resultados possível. O objetivo para a equipa é que todos os membros envolvidos na experiência tenham uma ideia clara, desde o início, exatamente do que será estudado, como é que os dados serão recolhidos e ter uma ideia estruturada de como é que estes serão analisados.

Os pressupostos a seguir para uma abordagem sistemática, após a constituição da equipa responsável pelo estudo, poderão ser:

1. Definição dos objetivos que se pretende atingir com a aplicação do DOE, bem como o problema principal que se pretende solucionar, de forma a todos os membros das diversas áreas envolvidas na experiência possam dar o seu *input*, expressar dúvidas e potenciais dificuldades. É igualmente relevante, analisar em equipa os antecedentes relevantes para a experiência, como por exemplo os dados recolhidos diariamente na linha de produção em causa, experiências realizadas anteriormente e a opinião dos especialistas e/ou técnicos envolvidos no processo (Pereira & Requeijo, 2012);
2. Definição dos fatores controláveis e respetivos níveis a experimentar, interações entre os níveis selecionados (sendo que se considera que existe interação entre dois fatores quando o efeito de um fator na resposta depende do nível do outro fator (Pereira & Requeijo, 2012)) e, se possível, determinar os fatores não controláveis, ou de ruído, e os seus níveis. Deverão igualmente ser identificados os fatores que serão mantidos constantes ao longo da experimentação;
3. Seleção das variáveis de resposta, isto é, a característica da qualidade em estudo e os métodos de medição que serão utilizados, visto que poderá haver interesse em estudar e melhorar a performance dos mesmos;
4. Escolha do desenho experimental, isto é, a definição do número de experiências a realizar, o número de replicações e a ordem de experimentação;
5. Realização dos ensaios, recorrendo se possível a testes antes da recolha de dados, de forma a verificar se o material de medição é consistente, se o sistema de medição em si é adequado para o objetivo em questão, obter uma ideia geral do erro experimental e praticar a técnica de recolha planeada;
6. Análise estatística dos dados recolhidos, de forma a obter conclusões objetivas, sendo que se deve utilizar, por princípio, a análise de variância para o tratamento dos resultados obtidos (Pereira & Requeijo, 2012);

7. Conclusões e recomendações, com o objetivo de fornecer uma solução prática para o problema em questão e apresentar propostas de melhoria.

É importante referir que o método base apresentado para o planeamento da experiência deve ser seguido de forma a ser possível retirar conclusões corretas, considerando que o processo de aplicação do DOE tem uma componente iterativa significativa. Devem ser realizados testes de confirmação de forma a validar as conclusões retiradas, sendo que é possível que as hipóteses formuladas sejam rejeitadas. Deste modo, para obter resultados positivos, o processo de experimentação deve ser encarado como um processo de aprendizagem, no qual se realizam testes sequenciais de forma a obter cada vez mais informação relevante acerca do processo em estudo, nomeadamente informação acerca dos fatores e níveis a testar. Considerando que existe sempre um investimento associado à aplicação desta ferramenta, esta deve ser utilizada da melhor forma possível para permitir atingir os objetivos pretendidos pela empresa.

### **2.3.2 DOE – Desenho com Um Fator a Vários Níveis**

No âmbito do estudo dos processos industriais, é muito frequente ser necessário testar a diferença de mais de duas médias, sendo que para este caso o teste de hipóteses permite obter conclusões, mas através de uma aplicação significativamente mais complexa. Neste caso, é necessário recorrer a uma técnica estatística que permite comparar os parâmetros de mais de duas populações, a análise de variância (ANOVA). Este método permite repartir a variabilidade total dos dados experimentais pelas diversas componentes causadoras da variabilidade, sendo assim possível determinar que componentes são estatisticamente significativas (Pereira & Requeijo, 2012).

Considerando um fator com  $a$  níveis (ou tratamentos), e que se pretende investigar o efeito desses níveis numa determinada característica da qualidade  $Y$ , é necessário realizar as experiências de forma aleatória, sendo que cada experiência é replicada  $n$  vezes, obtendo-se, para cada uma,  $n$  réplicas da resposta.

Na tabela 2.1 encontra-se exemplificado o tipo de planeamento descrito, sendo que o modelo apresentado é de efeitos fixos, ou seja, não representa uma amostra aleatória de um universo possível de níveis e, por este motivo, não podem ser retiradas conclusões fora da gama dos valores experimentados.

É relevante referir que as experiências devem, sempre que possível, ser replicadas o mesmo número de vezes de forma a ser possível comparar o mais eficientemente possível os efeitos dos diversos níveis, sendo que no DOE se entende por replicação a repetição das experiências em condições semelhantes. A replicação é, portanto, diferente da medição de vários valores da resposta numa mesma experiência (Pereira & Requeijo, 2012).

Tabela 2.1 – Desenho com um Fator a Vários Níveis

Tratamento (Nível) $i = 1, 2, \dots, a$	Valor das Réplicas $j = 1, 2, \dots, n$	Soma $Y_{i.}$	Média $\bar{Y}_{i.}$
1	$y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1n}$	$Y_{1.}$	$\bar{Y}_{1.}$
2	$y_{21}, y_{22}, \dots, y_{2n}$	$Y_{2.}$	$\bar{Y}_{2.}$
.	...	.	.
.	...	.	.
.	...	.	.
$a$	$y_{a1}, y_{a2}, \dots, y_{an}$	$Y_{a.}$	$\bar{Y}_{a.}$

As observações da tabela 2.1 são descritas pelo modelo de efeitos fixos:

$$Y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad (2.1)$$

Sendo que  $Y_{ij}$  representa as observações independentes e Normalmente distribuídas com média  $\mu_i = \mu + \tau_i$  e variância homogênea  $\sigma^2$ .

O valor esperado do grupo de observações correspondentes ao nível  $i$  é dado por  $\mu_i$ , e a média global comum a todos os níveis é dada por  $\mu$ .

O parâmetro correspondente ao efeito do nível  $i$  é representado por  $\tau_i$ , sendo a variável aleatória correspondente à variação dentro de cada nível dada por  $\varepsilon_{ij}$ .

Considerando que  $Y_{i.}$  representa o total das observações obtidas para o nível  $i$ , e  $\bar{Y}_{i.}$  a média das observações, é possível expressar estes parâmetros simbolicamente por:

$$Y_{i.} = \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad (2.2)$$

$$\bar{Y}_{i.} = \sum_{j=1}^n \frac{y_{ij}}{n} \quad (2.3)$$

A soma das  $N = a \times n$  observações,  $Y_{..}$  é dada por:

$$Y_{..} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad (2.4)$$

Sendo a média global correspondente dada por:

$$\bar{Y}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}}{a \times n} \quad (2.5)$$

No interesse de estudar se os efeitos  $\tau_i$  são ou não significativamente diferentes de zero para os  $a$  níveis em questão, ou seja, se  $E(y_{ij}) = \mu + \tau_i = \mu_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, a$ , as hipóteses nula e alternativa que o permitem testar são:

$$\begin{aligned} H_0: \mu_1 &= \mu_2 = \dots = \mu_a \\ H_1: \mu_i &\neq \mu_j, \text{ para pelo menos um par } (i, j) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Com a análise de variância pretende-se decompor a variabilidade total nas suas várias componentes e estudá-las individualmente, sendo que a Variação Total dos dados experimentais (*Total Sum of Squares*) é dada por:

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 \quad (2.7)$$

,com (N-1) graus de liberdade. A variação total trata-se de uma medida que permite estudar a variabilidade de forma geral, visto que é a soma dos quadrados dos desvios de todas as observações em relação à média global, sendo a expressão apresentada anteriormente equivalente a:

$$SS_T = n \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2 = SS_B + SS_W \quad (2.8)$$

, sendo que  $SS_B$  (*Between Sum of Squares*) é a variação entre os níveis, ou seja, a soma ponderada dos quadrados das diferenças entre as médias dos níveis e a média global, com  $(a - 1)$  graus de liberdade.

A variação dentro dos níveis é definida pela soma dos quadrados dos desvios das observações em relação às médias dos respetivos níveis, sendo representada por  $SS_W$  (*Within Sum of Squares*), com o número de graus de liberdade igual a:

$$a(n - 1) = an - a = N - a \quad (2.9)$$

Logo, relativamente aos graus de liberdade, tem-se:  $N - 1 = (a - 1) + (N - a)$  pois

$$SS_T = SS_B + SS_W \quad (2.10)$$

Os quocientes entre as duas variações e o respetivo número dos graus de liberdade apresentados são variâncias, sendo ambas designadas por Desvios Quadráticos Médios e podendo ser representadas por:

$$E\left(\frac{SS_B}{a-1}\right) = E(MS_B) = \sigma^2 + \frac{n \sum_{i=1}^a \tau_i^2}{a-1} \quad (2.11)$$

$$E\left(\frac{SS_W}{N-a}\right) = E(MS_W) = \sigma^2 \quad (2.12)$$

Sendo assim possível representar as variâncias amostrais por:

$$MS_B = \frac{SS_B}{a-1} \quad (2.13)$$

$$MS_W = \frac{SS_W}{N-a} \quad (2.14)$$

E verifica-se assim que a variação do processo, ou uma estimativa da variância comum, independentemente da validação da hipótese nula, é dada por:

$$\hat{\sigma}^2 = MS_W = \frac{SS_W}{N-a} \quad (2.15)$$

A estatística utilizada para testar a hipótese nula é traduzida pelo quociente dos Desvios Quadráticos Médios apresentados, seguindo este uma distribuição de Fisher com  $(a-1)$  e  $(N-a)$  graus de liberdade. De forma a determinar se a hipótese nula é rejeitada, e após calculado o quociente  $MS_B/MS_W$ , compara-se o valor obtido com o valor crítico da distribuição de Fisher,  $F_{\alpha;(a-1);(N-a)g.l.}$ .

Para valores de  $F_0 = MS_B/MS_W$  superiores ao valor crítico é possível concluir que a hipótese nula é rejeitada, constando-se que existem diferenças entre os diversos níveis. Este teste é sempre unilateral à direita, visto que só é relevante verificar se a variância  $E(MS_B)$  é superior à variância  $E(MS_W)$ .

Assim, a análise de variância pode ser sintetizada, sob a forma de uma tabela denominada ANOVA, e apresentada conforme o exposto na tabela 2.2.

Tabela 2.2 - ANOVA para um Fator a Vários Níveis, Modelo de Efeitos Fixos

Fonte de Variação	SS	g.l	MS	F <sub>0</sub>
Entre Níveis	SS <sub>B</sub>	a - 1	SS <sub>B</sub> /(a - 1)	MS <sub>B</sub> /MS <sub>W</sub>
Erro	SS <sub>W</sub>	N - a	SS <sub>W</sub> /(N - a)	
Total	SS <sub>T</sub>	N - 1		

### 2.3.3 Verificação dos Pressupostos da Análise de Variância

De forma a ser possível retirar conclusões válidas relativas à análise de variância é necessário que o modelo cumpra determinados requisitos relativamente aos pressupostos assumidos na aplicação do mesmo. Os pressupostos mencionados são:

- As observações são descritas adequadamente pelo modelo:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad (2.16)$$

- Os erros são independentes e Normalmente distribuídos com média igual a zero e variância desconhecida, mas constante,  $\sigma^2$ .

Quando os pressupostos mencionados são válidos, a análise de variância trata-se de um teste exato à hipótese de existirem diferenças entre os diversos níveis dos fatores em estudo.

A análise de resíduos permite verificar se os pressupostos são válidos de forma fiável, sendo que os resíduos são estimativas do erro experimental obtidos através da diferença entre os valores observados e os valores previstos correspondentes estimados pelo modelo, definidos por:

$$e_{ij} = y_{ij} - \bar{Y}_i \quad (2.17)$$

sendo  $\bar{Y}_i$  a estimativa da observação  $y_{ij}$ , calculada através da média das observações do nível correspondente. Se o modelo for adequado, os resíduos devem formar um padrão aleatório, sendo que a análise dos mesmos deve contemplar os pontos seguintes:

- **Verificação da Normalidade:** a verificação do pressuposto da Normalidade pode ser feita através da construção de um histograma com os valores dos resíduos, considerando que quando o pressuposto é válido os resíduos dispõem-se aproximadamente sob uma linha reta. Sendo que este método não é totalmente fiável, e caso seja possível, deve-se recorrer a testes estatísticos formais desenhados para o efeito, como por exemplo o teste de Kolmogorov-Smirnov ou o teste do Qui-Quadrado.

O teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S), desenvolvido pelos matemáticos russos Andrey Kolmogorov e Vladimir Smirnov, permite verificar o ajustamento da Função de Distribuição amostral  $S(x)$ , definida por  $S(x) = P(X \leq x)$ , de uma determinada variável aleatória  $X$ , à Função de Distribuição da população  $F_0(x)$ . Este teste apresenta vantagens em comparação ao teste do Qui-Quadrado, sendo mais potente na maioria das situações, mais rigoroso quando a distribuição da população é contínua e os seus parâmetros e forma conhecidos e, impõe distribuições populacionais contínuas especificadas, o que não se verifica com o teste do Qui-Quadrado (Pereira & Requeijo, 2012).

Considerando a distribuição Normal, a metodologia de aplicação do teste K-S segue os pontos seguintes:

1. Especificação das hipóteses nulas e alternativa:

$$\begin{aligned} H_0: F(x) &= F_0(x), \text{ para todos os valores de } X \\ H_1: F(x) &\neq F_0(x), \text{ para algum valor de } X \end{aligned} \quad (2.18)$$

2. Retirar uma amostra aleatória constituída por  $n$  elementos da população;
3. Ordenar por ordem crescente do seu valor os dados amostrais, sendo  $x_{(i)}$  a observação de ordem  $i$ , onde  $x_{(i+1)} > x_{(i)}$ ;
4. Determinar os valores de  $S(x)$ ,  $F_0(x)$  e  $|S(x) - F_0(x)|$ , para  $i = 1, 2, \dots, N$ , em que  $N \leq n$ ;
5. Determinar a estatística de teste definida por:

$$D = \sup_x |S(x) - F_0(x)| \quad (2.19)$$

6. Definir o nível de significância  $\alpha$ ;
7. Comparar o valor da estatística de teste  $D$  com o respetivo valor crítico  $D_{Crítico}$ , sendo que os valores de  $D_{Crítico}$  são determinados tendo em consideração se os parâmetros da população são conhecidos ou não;
8. A hipótese nula é rejeitada, para um nível de significância  $\alpha$ , se  $D > D_{Crítico}$ . A rejeição de  $H_0$  permite concluir que a distribuição não é Normal e, se  $D < D_{Crítico}$  a hipótese nula não é rejeitada e pode-se considerar que a distribuição é aproximadamente Normal.



- **Resíduos e ordem das experiências:** de forma a verificar facilmente se os resíduos são identicamente distribuídos face à ordem de realização das experiências, e por consequência verificar a hipótese da independência, pode-se recorrer à análise gráfica dos resíduos em função da ordem pela qual as experiências foram realizadas, conforme indicado na figura 2.1. Se não se verificar qualquer tendência, positiva ou negativa, é possível concluir que a hipótese de independência é razoavelmente satisfeita.

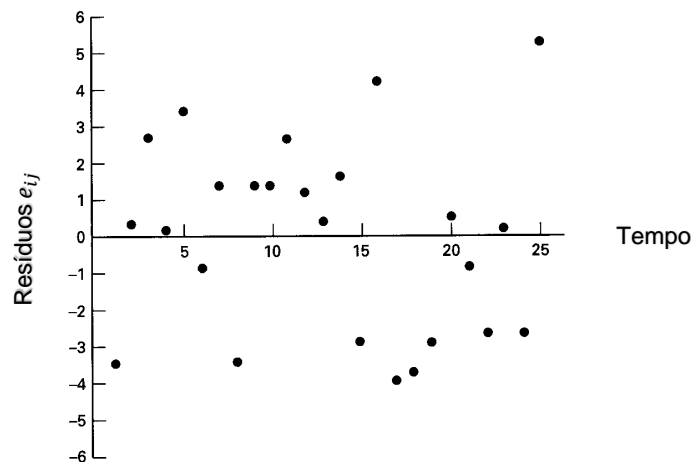


Figura 2.1 - Disposição gráfica dos resíduos em ordem ao tempo  
(Adaptado de: Montgomery, 2017)

- **Resíduos em função dos valores estimados:** de forma a verificar se a variância é constante, é possível recorrer à análise gráfica dos resíduos em função dos valores estimados, ou previstos, conforme indicado na figura 2.2. Por vezes, a variância das observações aumenta à medida que a magnitude da observação aumenta, logo pretende-se verificar que não existe qualquer estrutura identificável no gráfico resultante. Assim, desde que não se constate que os resíduos se dispõem em forma de funil, é possível admitir que o pressuposto da homogeneidade da variância não é violado.

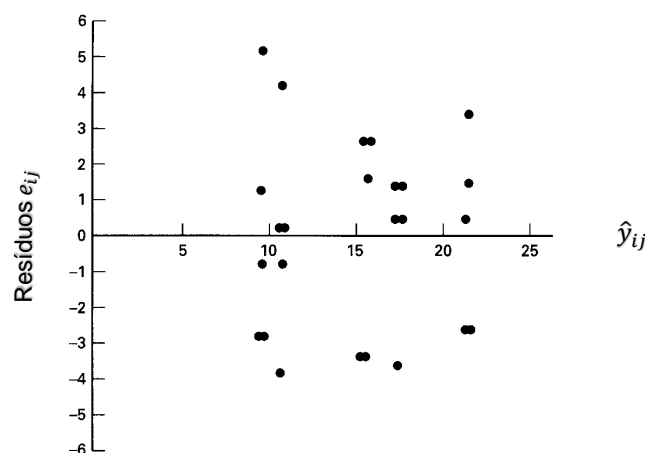


Figura 2.2 – Disposição gráfica dos resíduos em função dos valores previstos  
(Adaptado de: Montgomery, 2017)

Apesar da análise gráfica dos resíduos ser um teste frequentemente utilizado para diagnosticar a homogeneidade da variância, existem vários testes estatísticos que permitem uma análise mais objetivos e formais, sendo um dos mais utilizados o teste de Bartlett.

O teste de Bartlett, tal como os outros testes formulados para o objetivo mencionado, constituem um teste formal relativamente às seguintes hipóteses:

$$\begin{aligned} H_0: \sigma_1^2 &= \sigma_2^2 = \dots = \sigma_a^2 \\ H_1: &\text{ o exposto em } H_0 \text{ não válido para qualquer valor de } \sigma_i^2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

, ou seja, o teste tem como propósito a comparação das variâncias de várias populações e verificar se existem diferenças significativas entre as mesmas.

Para aplicar o teste devem ser determinadas as variâncias amostrais das populações em questão, sendo que estas devem ter dimensões iguais ou superiores a quatro.

A estatística de teste,  $\chi_B^2$ , é dada por:

$$\chi_B^2 = \frac{1}{C} \left[ v \ln(S^2) - \sum_{i=1}^a v_i \ln(S_i^2) \right] \quad (2.21)$$

onde,

$$C = 1 + \left( \frac{1}{3(a-1)} \left( \left( \sum_{i=1}^a \frac{1}{v_i} \right) - \frac{1}{v} \right) \right) \quad (2.22)$$

$$S^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^a v_i S_i^2 \quad (2.23)$$

$$v = \sum_{i=1}^a v_i \quad (2.24)$$

Sendo que para as equações apresentadas, tem-se:

- $a$  – número de amostras distintas obtidas através das populações;
- $n_i$  – dimensão da amostra  $i$ ;
- $v_i$  – número de graus de liberdade referente à amostra de dimensão  $n_i$ ;
- $S_i^2$  – variância da amostra  $i$ .

Verificam-se que existem diferenças significativas entre as variâncias das  $a$  populações quando  $\chi_B^2 > \chi_{(\alpha; a-1)}^2$ .

### 2.3.4 Desenho Fatorial Completo com Vários Fatores a Dois Níveis

Muitas experiências envolvem o estudo dos efeitos de dois ou mais fatores, sendo que, regra geral, o desenho fatorial é considerado o mais eficiente para o efeito. Por “desenho fatorial” compreende-se que em cada replicação da experiência são testadas todas as combinações dos fatores e dos respectivos níveis selecionados.

O desenho fatorial apresenta várias vantagens em relação à experimentação dos fatores individuais um-a-um, não só a nível de eficiência geral, mas também relativamente às conclusões passíveis de retirar. Por exemplo, a experimentação individual dos fatores não considera as interações que possam existir entre os fatores, que podem ser significativas. O desenho fatorial permite ainda que os efeitos de um fator possam ser estimados a vários níveis de outro fator em estudo, permitindo retirar conclusões que são válidas para uma variedade de condições experimentais (Montgomery, 2017).

O efeito de um fator é definido pela alteração na resposta, ou característica da qualidade em estudo, produzida pela mudança no nível do fator em questão, sendo este frequentemente denominado por “efeito principal”.

O fatorial mais simples é aquele em que cada fator é estudado só a dois níveis, sendo a representação genérica deste tipo de desenho  $2^k$ , onde 2 é o número de níveis de cada fator e  $k$  designa o número de fatores contemplados no desenho (Pereira & Requeijo, 2012). Deste modo, um fatorial completo com dois fatores,  $A$  e  $B$ , no qual cada um é ensaiado a dois níveis, é representado por  $2^2$ , o que significa que são necessárias 4 experiências para estudar todas as combinações possíveis dos níveis dos dois fatores.

A tabela 2.3 permite verificar a representação da nomenclatura atribuída aos fatores e às suas combinações.

Tradicionalmente, no DOE, os dois níveis dos fatores são designados por “baixo” e “alto”, sendo representados por -1 e +1, ou de forma simplificada por “-” e “+”, podendo ser qualitativos ou quantitativos.

Tabela 2.3 – Fatorial completo  $2^2$  (Fonte: Pereira & Requeijo, 2012)

Fator A	Fator B	
	$B^-$	$B^+$
$A^-$	$A^- B^-$	$A^- B^+$
$A^+$	$A^+ B^-$	$A^+ B^+$

Com o objetivo de planejar corretamente as experiências para um fatorial  $2^k$ , foi desenvolvido um algoritmo considerado como uma “ordem padrão” segundo a qual as diversas combinações dos níveis são sendo introduzidas sequencialmente. Na matriz de planeamento, a combinação associada a uma determinada experiência é representada por letras minúsculas que designam

os fatores, no nível “alto”, sendo a primeira combinação considerada, por convenção, como tendo todos os fatores no nível “baixo”.

A matriz de planeamento ortogonal genérica para um fatorial  $2^2$  encontra-se apresentada na Figura 2.3, sendo que a coluna  $AB$  tem, em cada uma das experiências, os sinais correspondentes aos ao produto dos sinais dos fatores individuais,  $A$  e  $B$ .

De forma a construir a matriz de planeamento de um qualquer fatorial completo  $2^k$  deve-se proceder de forma análoga ao caso apresentado, tendo em consideração que o número total de efeitos correspondentes aos fatores principais e interações é igual a  $(2^k - 1)$ , e que cada efeito corresponde a um grau de liberdade (Pereira & Requeijo, 2012).

Ordem Padrão	Fator/Interação			Resposta
	A	B	C	
(1)	-	-	+	$y_1$
$a$	+	-	-	$y_2$
$b$	-	+	-	$y_3$
$ab$	+	+	+	$y_4$

Figura 2.3 - Matriz de Planeamento do fatorial  $2^2$   
(Fonte: Pereira & Requeijo, 2012)

Neste caso, no qual os fatores têm dois níveis, o contraste de cada fator ou interação é igual à soma algébrica dos valores da resposta afetados pelo sinal positivo ou negativo que identifica o nível do fator na experiência respetiva.

Deste modo, e quando se efetuam  $n$  réplicas para cada combinação dos níveis dos fatores, os efeitos completos de  $A$  e  $B$ , e a interação  $AB$  para um fatorial completo replicado testado a dois níveis são dados por:

$$Efeito\ de\ A = \frac{Contraste\ de\ A}{2n} = \frac{(\sum y)_{A^+} - (\sum y)_{A^-}}{2n} \quad (2.25)$$

$$Efeito\ de\ B = \frac{Contraste\ de\ B}{2n} = \frac{(\sum y)_{B^+} - (\sum y)_{B^-}}{2n} \quad (2.26)$$

$$Efeito\ de\ AB = \frac{Contraste\ de\ AB}{2n} = \frac{(\sum y)_{AB^+} - (\sum y)_{AB^-}}{2n} \quad (2.27)$$

As variações dos fatores individuais e da interação  $AB$  são assim dadas por:

$$SS_A = \frac{(Contraste\ de\ A)^2}{4n} = \frac{((\sum y)_{A^+} - (\sum y)_{A^-})^2}{4n} \quad (2.28)$$

$$SS_B = \frac{(\text{Contraste de } B)^2}{4n} = \frac{((\sum y)_{B^+} - (\sum y)_{B^-})^2}{4n} \quad (2.29)$$

$$SS_{AB} = \frac{(\text{Contraste de } AB)^2}{4n} = \frac{((\sum y)_{AB^+} - (\sum y)_{AB^-})^2}{4n} \quad (2.30)$$

Assim, a Variação Total é calculada por:

$$SS_T = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{(\sum_1^2 \sum_1^2 \sum_1^n y_{ijk})^2}{4n} \quad (2.31)$$

correspondendo à mesma  $(4n - 1)$  graus de liberdade. Deste modo, a Variação do Erro, com  $4(n - 1)$  graus de liberdade é dada por:

$$SS_{ERRO} = SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB} \quad (2.32)$$

A análise de variância é igualmente realizada através do cálculo dos Desvios Quadráticos Médios, e aplicando o teste de comparação de duas variâncias.

Um método alternativo, e significativamente útil para quando o número de fatores aumenta, trata-se do algoritmo de Yates, que constitui uma alternativa à utilização de *software* – *Statistica*, *Minitab*, entre outros - desenvolvido para a análise estatística.

Considerando o fatorial  $2^3$ , sem replicação, para a demonstração do algoritmo de Yates, é considerado que foram as oito experiências resultantes.

Analisando a tabela 2.4, apresentada como exemplo, é possível verificar que as duas primeiras colunas do algoritmo correspondem à ordem padrão e aos valores obtidos para a resposta, considerando as combinações possíveis correspondentes aos fatores em estudo,  $k$ . Após as duas primeiras colunas serem construídas, devem ser geradas  $k$  colunas, sendo que para o exemplo em questão são construídas três colunas. Os  $2^{k-1}$  valores da primeira coluna são somas de pares sucessivos da coluna de resposta, sendo que os  $2^{k-1}$  valores restantes correspondem às diferenças de pares sucessivos da coluna de resposta, que se obtêm subtraindo ao valor de baixo, o valor apresentado acima. A coluna dois é gerada seguindo o mesmo método, a partir da coluna um e a coluna e a partir da três.

O efeito total é calculado através do quociente dos valores da coluna três por  $2^{k-1}$ ,  $2^{k-1}n$  quando existe replicação de experiências, exceto a primeira célula para a qual o divisor é  $2^k$ . As variações  $SS$  obtêm-se elevando ao quadrado a coluna  $k$  e dividindo por  $2^k$ , ou por  $2^k n$  caso exista replicação. O primeiro valor da coluna  $k$  corresponde à soma de todas as observações,

sendo que os restantes valores são os contrastes dos fatores e das interações e o valor da última coluna corresponde ao Fator de Correção utilizado na análise de variância.

Tabela 2.4 – Exemplo da aplicação do algoritmo de Yates para um fatorial  $2^3$  não replicado (Fonte: Pereira & Requeijo, 2012)

Ordem Padrão	Resposta	Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3	Efeito	SS
(1)	40	90	170	355	44,375	15753,125
<i>a</i>	50	80	185	105	26,25	1378,125
<i>b</i>	30	85	30	5	1,25	3,125
<i>ab</i>	50	100	75	15	3,75	28,125
<i>c</i>	25	10	-10	15	3,75	28,125
<i>ac</i>	60	20	15	45	11,25	253,125
<i>bc</i>	30	35	10	25	6,25	78,125
<i>abc</i>	70	40	5	-5	-1,25	3,125

Por fim, a análise dos resíduos para o fatorial completo com vários fatores a dois níveis é realizada de forma análoga ao caso em que se está a estudar apenas um fator, ou seja, os resíduos são calculados pelas diferenças entre os valores observados e os valores estimados para a resposta, considerando as várias experiências executadas.

### 2.3.5 Fatorial Completo com Vários Fatores a Dois Níveis: Várias Observações por Réplica

No âmbito do estudo desenvolvido, faz sentido mencionar como se deve processar a análise do planeamento para o qual existiu replicação e para o qual foram realizadas várias medições por réplica. Neste caso é relevante salientar que as médias das observações para cada réplica são consideradas como sendo as respostas, existindo, portanto, um valor médio por réplica.

Para exemplificar o descrito, e recorrendo ao fatorial completo  $2^3$  replicado duas vezes ( $n = 2$ ) com 6 observações por réplica, o planeamento poderá ser apresentado conforme o representado na tabela 2.5.

Tabela 2.5 – Fatorial  $2^3$  replicado com  $n = 2$  e seis observações por réplica

Exp	Fator			Réplica 1						Réplica 2					
	A	B	C	$y_{i11}$	$y_{i21}$	$y_{i31}$	$y_{i41}$	$y_{i51}$	$y_{i61}$	$y_{i12}$	$y_{i22}$	$y_{i32}$	$y_{i42}$	$y_{i52}$	$y_{i62}$
(1)	-	-	-	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
<i>a</i>	+	-	-	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
<i>b</i>	-	+	-	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
<i>ab</i>	+	+	-	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
<i>c</i>	-	-	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
<i>ac</i>	+	-	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
<i>bc</i>	-	-	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
<i>abc</i>	+	+	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Em primeiro lugar, e de forma semelhante ao método utilizado para quando não existem várias observações por réplica, é calculada a Variação Total,  $SS_T$ , dada pela expressão:

$$\begin{aligned}
 SS_T &= \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^2 y_{ijk}^2 - \text{Fator de Correção} = \\
 &= \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^2 y_{ijk}^2 - \frac{(\sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^2 y_{ijk})^2}{8 \times 6 \times 2}
 \end{aligned}
 \tag{2.33}$$

a que correspondem, neste caso a 95 graus de liberdade ( $8 \times 6 \times 2 - 1 = 95$ ).

Visto que existem réplicas e repetições, o cálculo da variação entre réplicas e da variação dentro das réplicas é efetuado considerando as somas das seis repetições para réplica e, de seguida, a soma das doze observações de cada experiência.

A variação existente entre os fatores e interações e à replicação, designada por  $SS_{T_2}$ , é calculada através da expressão:

$$SS_{T_2} = \frac{\sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^6 y_{ij1}^2}{6} + \frac{\sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^6 y_{ij2}^2}{6} - \text{Fator de Correção}
 \tag{2.34}$$

a que correspondem, neste caso a 15 graus de liberdade.

A soma das variações dos fatores e das interações,  $SS_{T_1}$ , pode ser calculada através do Algoritmo de Yates (considerando a soma das doze observações como resposta) ou recorrendo à expressão:

$$SS_{\text{Fatores e Interações}} = SS_{T_1} = \frac{\sum_{i=1}^8 (\sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^2 y_{ijk})^2}{6 \times 2} - \text{Fator de Correção}
 \tag{2.35}$$

com 7 graus de liberdade, sendo a variação devida através da replicação calculada pela diferença entre a variação existente entre os fatores e interações e a soma das variações dos fatores e interações:

$$SS_{\text{Entre Réplicas}} = SS_{T_2} - SS_{T_1}
 \tag{2.36}$$

com 8 graus de liberdade. A variação dentro das réplicas obtém-se pela diferença entre a Variação Total e a variação devida à replicação, calculada por:

$$SS_{\text{Dentro das Réplicas}} = SS_T - SS_{T_2}
 \tag{2.37}$$

com 80 graus de liberdade. De forma análoga ao método utilizado para  $n = 1$ , os Quadrados Médios correspondentes à variação entre réplicas e dentro das réplicas, respetivamente, são calculados por:

$$MS_{Entre\ Réplicas} = \frac{SS_{Entre\ Réplicas}}{8} \quad (2.38)$$

$$MS_{Dentro\ das\ Réplicas} = \frac{SS_{Dentro\ das\ Réplicas}}{80} \quad (2.39)$$

O quociente entre os Quadrados Médios,  $F_0$ , é comparado com  $F_{Crítico}$  e, caso  $F_0 > F_{Crítico}$  é possível concluir que a replicação é significativa e  $MS_{Entre\ Réplicas}$  é utilizado como base de comparação.

A elaboração e análise da variância através da tabela ANOVA, representada de forma genérica na figura 2.4, é efetuada recorrendo ao mesmo método geral utilizado para quando não existem várias observações por réplica, sendo neste caso consideradas as variações entre e dentro das réplicas nos cálculos. É relevante referir que se obtêm as mesmas conclusões caso se considere a resposta como média das observações em cada réplica.

Fonte de Variação	SS	Graus de Liberdade	MS	$F_0$
A	...	1	...	...
B	...	1	...	...
AB	...	1	...	...
C	...	1	...	...
AC	...	1	...	...
BC	...	1	...	...
ABC	...	1	...	...
Entre Réplicas	...	8	...	
Dentro Réplicas	...	80	...	
Total	...	95		

Figura 2.4 – Tabela ANOVA para um Fatorial Completo com Vários Fatores a Dois Níveis com Várias Observações por Réplica  
(Adaptado de: Pereira & Requeijo, 2012)

Quando não é possível replicar o fatorial, habitualmente devido a constrangimentos e limitações nos recursos necessários - por exemplo quando o produto a estudar não pode ser vendido ou reprocessado após as experiências - a estimação do erro residual a partir da diferença entre a variação total e as variações dos outros componentes é comprometida. Neste caso, existem vários métodos cujo objetivo é estimar da melhor forma possível o erro residual, como por



exemplo a hierarquização dos efeitos principais face aos efeitos das interações e o método de Cubbert Daniel, no qual é utilizada uma escala desenvolvida para salientar os efeitos significativos dos diversos fatores.

### **2.3.6 Fatorial Fracionado**

O conceito de Fatorial Fracionado é da maior importância no que diz respeito à experimentação de um número elevado de fatores. No caso de estudo sob o qual esta dissertação incide não foi necessário recorrer a este tipo de desenho, no entanto a sua importância relativamente à utilização de recursos na experimentação é inquestionável.

Quando o número de fatores a estudar num planeamento fatorial  $2^k$  aumenta progressivamente, o número de experiências necessárias para testar todas as combinações possíveis dos aumenta de forma significativa. Por exemplo, para testar um fatorial completo  $2^6$  é necessário realizar 64 experiências, sendo que apenas 6 dos 63 graus de liberdade correspondem aos efeitos principais e apenas 15 graus de liberdade correspondem a interações de dois fatores. Os restantes 42 graus de liberdade estão associados a interações de três ou mais fatores, sendo que se pode considerar que interações desta ordem, ou superior, não têm relevância e podem ser desprezadas (Montgomery, 2017). Montgomery propõe que para estes casos é possível obter informação relativa aos efeitos significativos e interações de ordem inferior recorrendo a apenas uma fração do fatorial completo, sendo o denominado Planeamento ou Desenho Fatorial Fracionado um dos tipos de desenho mais utilizados para a melhoria de processos e conceção de produtos devido ao seu potencial e eficiência.

Uma das principais vantagens deste tipo de planeamento, para além da significativa poupança de recursos para estudos com um número significativo de fatores, está relacionada com o facto de ser possível testar os fatores de forma a identificar se algum está associado a efeitos relevantes. Deste modo, na fase inicial de um projeto é possível identificar os fatores mais interessantes de estudar e depois investigá-los de forma mais pormenorizada em experiências subsequentes.

## **2.4 Controlo Estatístico do Processo (Univariado) – Conceito e Metodologia**

O Controlo Estatístico de Processos, designado por SPC – *Statistical Process Control* – foi popularizado na década de cinquenta na indústria Japonesa de manufatura por W.E. Deming, responsável pela elaboração dos princípios desenvolvidos por Walter Shewhart nos anos vinte. No entanto, foi apenas depois da 2ª guerra mundial que as indústrias dos países ocidentais começaram a adotar este método para as suas aplicações (Srikaeo *et al.*, 2005).

Recentemente, o SPC tem sido integrado com outras estratégias e ferramentas da qualidade, como o Seis Sigma, tendo-se tornado uma filosofia fundamental no que diz respeito à gestão da qualidade de grandes empresas (Sharma *et al.*, 2011).

Devido à forte concorrência que se verifica atualmente nos mercados nos quais as indústrias operam, associado à crescente preocupação que os clientes das mesmas apresentam relativamente à consistência da qualidade dos produtos que adquirem, é essencial que os processos produtivos sejam estáveis e que operem com um mínimo de variabilidade em torno dos valores alvo ou nominais das características da qualidade (Pereira & Requeijo, 2012). Assim, e considerando que existe uma percentagem surpreendente de empresas com um volume de negócio significativo, cujos processos produtivos não se encontram estabilizados, é fundamental que a sejam aplicadas metodologias que permitam solucionar este problema.

Enquanto ferramenta, o controlo estatístico do processo permite monitorizar o comportamento do processo através de cartas de controlo estatístico, reduzir a variabilidade do mesmo e determinar, a partir de estimativas dos parâmetros dos processos, se este é capaz de produzir de acordo com especificações pré-definidas (Pereira & Requeijo, 2012). Num processo, por mais bem concebido, desenvolvido e implementado, existem sempre várias fontes de variação que afetam o seu *output*, estando estas frequentemente relacionadas com o equipamento utilizado, as variações inerentes à matéria-prima e mão-de-obra responsável pelo processo, condições do meio ambiente envolvente, métodos utilizados e metrologia.

As fontes de variação podem causar alterações significativas nas características da qualidade, sendo, portanto, da maior importância identificá-las e reduzi-las, de forma a gerir eficientemente os processos associados. Mesmo quando um processo se encontra estável, existem fontes de variação que o afetam de formas conhecidas, sendo estas fontes denominadas por “Causas Comuns”. Quando se verificam causas esporádicas, cuja frequência não se insere na distribuição característica que o processo segue quando sob controlo estatístico, é possível concluir que o processo não está realmente sob controlo. Neste caso, estas causas esporádicas, denominadas por “Causas Especiais”, originam com frequência variações significativamente superiores às provocadas pelas causas comuns.

Deste modo, a deteção e eliminação das causas especiais que impedem que um processo esteja estatisticamente controlado, é de extrema importância, sendo que a utilização de Cartas de Controlo o permite de forma eficaz.

As cartas de controlo, tratando-se simplesmente de gráficos que permitem visualizar a evolução de uma estatística associada a uma característica da qualidade ao longo do tempo, apresentam várias vantagens:

- Permitem prevenir a fabricação de produtos não-conformes;
- Facilitam a identificação e distinção entre causas comuns e causas especiais, sendo possível agir de forma adequada consoante o caso;
- Permitem obter informação fiável acerca do processo na linha, facilitando a tomada de decisão relativamente a ações corretivas;

- Permitem prever o comportamento do processo no que diz respeito aos seus parâmetros e capacidade de produzir de acordo com as especificações;
- Ao promoverem a melhoria contínua do processo, permitem reduzir a quantidade de produto não-conforme e por consequência reduzir custos os produtos conformes;
- Permitem uniformizar a linguagem que caracteriza o processo, de forma a facilitar a transmissão de conhecimento entre as partes interessadas no desempenho do mesmo.

Para implementar as cartas de controlo de forma eficiente é importante que os intervenientes dos processos sejam previamente formados acerca das mesmas, sendo que devem ser igualmente definidos todos os parâmetros relevantes do processo em estudo: fatores com capacidade de o influenciar, fronteiras, interações com outros processos, entre outros. Devem ser determinadas as características a estudar, o tipo de informação que se pretende recolher, o equipamento e métodos de medição, bem como as condições de recolha dos dados.

Na figura 2.5 é apresentada uma carta de controlo, sendo possível verificar o comportamento da estatística  $\omega$  ao longo do tempo  $t$ , estando representados os limites de controlo estatístico, superior ( $LSC$ ) e inferior ( $LIC$ ), e a linha central ( $LC$ ).

Nas cartas de controlo de Shewhart, os limites de ação e a linha central são dados por:

$$LSC_{\omega} = \mu_{\omega} + 3\sigma_{\omega} \quad (2.40)$$

$$LC_{\omega} = \mu_{\omega} \quad (2.41)$$

$$LIC_{\omega} = \mu_{\omega} - 3\sigma_{\omega} \quad (2.42)$$

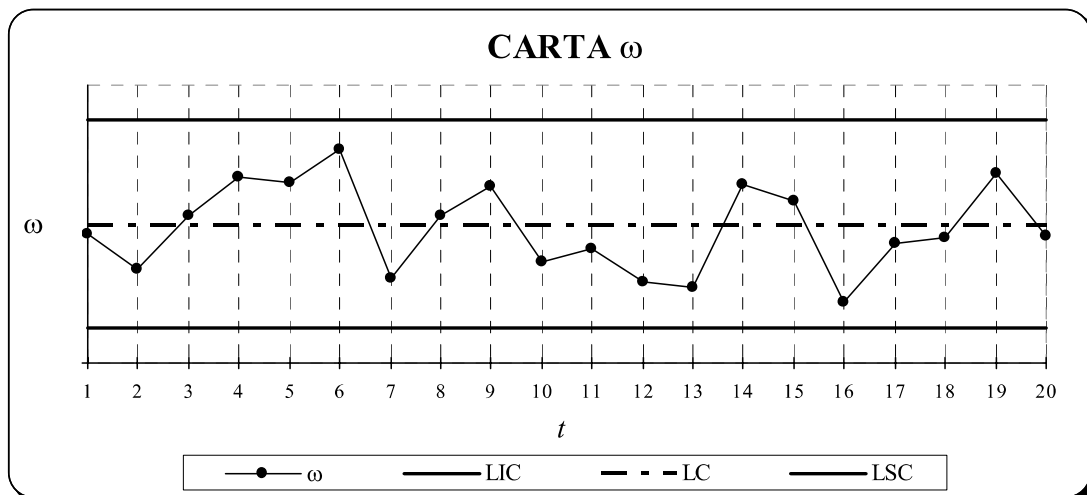


Figura 2.5 – Carta de Controlo  
(Fonte: Pereira & Requeijo, 2012)

Quando um processo se encontra sob controlo estatístico, todos os pontos pertencem ao intervalo  $[LIC, LSC]$ , sendo que existem casos nos quais os pontos representados no gráfico

apresentam uma tendência sistemática, e não um comportamento aleatório, apesar de se encontrarem todos dentro dos limites. Nestes casos, quando detetada uma causa de variação, este deve ser investigada visto que poderão existir causas especiais, sendo necessário tomar ações corretivas.

O processo de construção das cartas de controlo é iterativo, existindo duas fases distintas na sua implementação, a Fase 1, de controlo retrospectivo, na qual os parâmetros do processo não são conhecidos, e a Fase 2 onde os mesmos já foram estimados, referindo-se assim à monitorização do processo.

Um dos principais objetivos da Fase 1 do SPC é a verificação da estabilidade do processo, sendo que nesta fase devem ser também estimados os parâmetros do mesmo, ou seja, a média e variância. Após determinados os parâmetros do processo é possível avaliar a capacidade do processo, isto é, compreender se as unidades produzidas satisfazem as especificações técnicas acordadas com os clientes.

Segundo Pereira & Requeijo (2012), as etapas a seguir para a construção das cartas de controlo na Fase 1 são as seguintes:

1. Selecionar da característica da qualidade;
2. Desenvolver um plano de controlo que inclua a dimensão da amostra, a frequência de amostragem, o equipamento e método de medição;
3. Selecionar o tipo de carta em função da estatística amostral a monitorizar;
4. Recolher  $m$  amostras de dimensão  $n$  durante um determinado período de tempo, perfazendo um total de  $N$  unidades ( $N = m \times n$ ), de forma que  $N \geq 100$ ;
5. Calcular a estatística a controlar para cada uma das  $m$  amostras;
6. Determinar os limites de controlo e a linha central, tendo por base as estatísticas calculadas a partir das  $m$  amostras;
7. Verificar a existência de causas especiais de variação;
8. Eliminar, se for caso disso, os pontos que denotam a existência de causas especiais de variação;
9. Determinar os limites revistos e a linha central;

10. Construir a carta de controlo revista;
11. Verificar se o processo apresenta unicamente causas comuns de variação.

Relativamente às etapas correspondentes à Fase 2, os seguintes passos devem ser seguidos:

1. Representar no gráfico o  $LIC$ ,  $LC$  e  $LSC$  definidos na Fase 1;
2. Recolher a amostra  $i$ , determinar a estatística  $\omega_i$  e representar o valor no gráfico;
3. Verificar se esse valor corresponde a uma causa especial de variação;
4. Caso se detete uma situação fora de controlo, identificar a causa e implementar ações corretivas;
5. Recolher a amostra  $i + 1$ , calcular  $\omega_{i+1}$ , representando no gráfico o respetivo valor;
6. Proceder sequencialmente de acordo com os pontos 3, 4 e 5.

Existem dois tipos de cartas de controlo distintas no âmbito do Controlo Estatístico de Processos, sendo estas designadas por “Cartas de Controlo de Variáveis” e “Cartas de Controlo de Atributos”. As variáveis correspondem a todas as características suscetíveis de serem expressas numa escala contínua, como por exemplo a dimensão ou peso de um objeto, sendo os atributos pelo contrário características que assumem apenas valores discretos.

As cartas de controlo de variáveis devem ser utilizadas sempre que seja possível controlar as características medidas numa escala contínua, visto que a utilização deste tipo de carta tem várias vantagens face às cartas de atributos. Por exemplo, para recolher informação relativa a variáveis contínuas é possível recolher menos dados, apesar de mais dispendioso e, como é necessária menos informação para retirar conclusões, o tempo para a deteção e resolução de um problema é menor.

Para aplicar as Cartas de Controlo enquanto ferramenta é necessário definir corretamente a dimensão das amostras, bem como a frequência de amostragem da característica, ou características, que se pretende controlar, visto que estes parâmetros influenciam de forma significativa a probabilidade de detetar causas especiais de variação.

Deve ser considerada a ordem de grandeza da alteração que se pretende detetar e, quanto maior for a frequência de amostragem utilizada, maior é o número de dados obtidos logo maior precisão terão as cartas de controlo criadas.

Na tabela 2.6 encontram-se apresentados os tipos de cartas tradicionais para o controlo de variáveis e atributos.

Tabela 2.6– Tipos de Cartas de Controlo  
(Fonte: Pereira & Requeijo, 2012)

Carta de Controlo	
Variáveis	Atributos
Média e Amplitude Carta $\bar{X}$ e Carta $R$	Proporção de unidades não conformes Carta $p$
Média e Desvio Padrão Carta $\bar{X}$ e Carta $S$	Número de unidades não conformes Carta $np$
Média e Variância Carta $\bar{X}$ e Carta $S^2$	Número de defeitos Carta $c$
Mediana e Amplitude Carta $\tilde{X}$ e Carta $R$	Número de defeitos por unidade Carta $u$
Observações Individuais e Amplitudes Móveis Carta $X$ e Carta $MR$	Número de defeitos por unidade Carta $u$

Para além do descrito, e tal como para o DOE, a aplicação das Cartas de Controlo pressupõe algumas condições, nomeadamente: a Normalidade, independência aleatoriedade dos dados recolhidos.

#### 2.4.1 Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão

No âmbito desta dissertação é relevante especificar as cartas de controlo utilizadas, nomeadamente as cartas relativas à estimação da média e do desvio padrão. Optou-se pela utilização do desvio padrão para estimar a dispersão do processo visto que a dimensão de cada amostra é igual a dez unidades e, neste caso, este valor já se encontra no limite do que é aconselhável para a utilização da amplitude como medida de estimação.

Deste modo, quando os parâmetros do processo não são conhecidos, os passos a seguir na Fase 1 do SPC, são:

1. Cálculo da média global  $\bar{\bar{X}}$ , correspondente ao valor da linha central da carta da média,  $LC_{\bar{X}}$ , e o desvio padrão médio  $\bar{S}$ , que corresponde à linha central da carta do desvio padrão,  $LC_S$ , dados por:

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \quad (2.43)$$

$$LC_S = \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m} \quad (2.44)$$

, sendo  $m$  o número de amostras,  $n$  a dimensão da amostra, igual para todas as amostras,  $\bar{X}_i$  a média da amostra  $i$  e  $S_i$  o desvio padrão da amostra  $i$ , sendo este dado por:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n - 1}} \quad (2.45)$$

2. Cálculo dos limites de controlo da carta da média, sendo que quando os parâmetros do processo não são conhecidos, são calculados da seguinte forma:

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3\bar{S}}{c_4\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + A_3\bar{S} \quad (2.46)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - \frac{3\bar{S}}{c_4\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - A_3\bar{S} \quad (2.47)$$

, sendo  $A_3$  e  $c_4$  valores dependentes da dimensão da amostra, estando tabelados no Anexo C.

3. Cálculo dos limites de controlo da carta do desvio padrão, sendo que quando os parâmetros do processo não são conhecidos, são calculados da seguinte forma:

$$LSC_S = \bar{S} + 3\sigma_S = \bar{S} + 3\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{1 - c_4^2} = \bar{S}\left(1 + \frac{3}{c_4}\sqrt{1 - c_4^2}\right) \quad (2.48)$$

que de forma simplificada corresponde a:  $LSC_S = B_4\bar{S}$  e de forma análoga  $LSC_S = B_3\bar{S}$ , onde os valores de  $B_3$  e  $B_4$  dependem da dimensão da amostra e se encontra tabelados no Anexo C.

4. Traçar as linhas dos limites da média e do desvio padrão e as linhas centrais para ambos os gráficos, representando de forma cronológica os valores das médias e dos desvios padrão amostrais nas cartas respetivas.

Analisando o resultado das cartas construídas e, quando se verifica a ocorrência de uma causa especial, deve ser analisada a sua causa, devendo a mesma ser corrigida e implementadas ações que evitem a mesma situação. Os pontos fora dos limites de controlo devem ser eliminados de ambas as cartas procedendo-se ao recálculo dos parâmetros e os respetivos

limites. O processo deve ser repetido até que todos os pontos se encontrem dentro dos limites de controlo.

### 2.4.2 Capacidade Univariada do Processo

Através da análise das cartas de controlo é possível saber se um processo se encontra sob controlo estatístico, no entanto é importante saber se para além de estabilizado, um processo é capaz de produzir de acordo com as especificações estabelecidas para o produto. De forma a analisar a capacidade de um processo, que reflete a variação num processo devido a causas comuns, é necessário comparar a distribuição relativa a uma característica de um produto com as especificações previamente estabelecidas. O estudo da capacidade de um processo deve ser realizado após ter sido comprovado que o processo se encontra estável, de forma a evitar a influência de causas especiais de variação nesta análise.

Visto que o estudo da capacidade incide na distribuição da característica em estudo, é necessário distinguir os índices desenvolvidos para distribuições aproximadamente Normais, sendo o caso mais frequente em processos industriais, do casos nos quais a distribuição não pode ser considerada Normal para um determinado nível de significância.

Considerando os casos para os quais a característica em estudo segue uma distribuição aproximadamente Normal, pode considerar-se que a variação aceitável para o processo é igual a  $6\sigma$ , no qual  $\sigma$  corresponde ao desvio padrão do processo. Deste modo, 99,73% dos valores da característica em questão estarão compreendidos entre  $\mu \pm 3$ , no qual  $\mu$  diz respeito à média do processo, e é possível considerar que o intervalo  $6\sigma$  inclui pelo menos 99% dos valores.

O índice de capacidade potencial  $C_p$ , para uma especificação bilateral, é, portanto, dado por:

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (2.49)$$

onde  $LSE$  é o limite superior de especificação e  $LIE$  o limite inferior de especificação. Quando  $C_p \geq 1,33$  é possível concluir que o processo está a produzir com capacidade potencial, sendo que é necessário verificar se realmente é capaz e se o mesmo está centrado. Para tal, é calculado um outro índice de desempenho do processo,  $C_{pk}$  sendo dado por:

$$C_{pk} = \min((C_{pk})_I, (C_{pk})_S), \quad (2.50)$$

com



$$(C_{pk})_I = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \quad (2.51)$$

$$(C_{pk})_S = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \quad (2.52)$$

O processo é considerado centrado quando  $(C_{pk})_I = (C_{pk})_S$ .

Um outro índice,  $C_{pm}$ , em alternativa ao índice  $C_p$ , considera na sua definição tanto a variabilidade do processo como o desvio da média do processo relativamente ao valor nominal  $T$  da especificação técnica, sendo dado por:

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.53)$$

Por fim, o índice  $C_{pmk}$ , que considera no intervalo da tolerância natural do processo o desvio da média relativamente ao valor nominal, sendo análogo ao índice  $C_{pk}$ , é dado por:

$$C_{pmk} = \frac{\min(LSE - \mu, \mu - LIE)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.54)$$

No âmbito deste estudo, é relevante referir o método de cálculo da capacidade de um processo quando existem variáveis cujas distribuições não são Normais, sendo que neste caso os índices apresentados não são aplicáveis.

Existem várias abordagens para o cálculo dos indicadores com base em estudos e desenvolvimentos recentes neste âmbito, sendo possível a utilização dos seguintes índices definidos por:

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{5,15\sigma} \quad (2.55)$$

$$C_{pk} = \min\left(\frac{\mu - LIE}{2,575\sigma}, \frac{LSE - \mu}{2,575\sigma}\right) \quad (2.56)$$

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{5,15\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.57)$$

$$C_{pmk} = \frac{\min(LSE - \mu, \mu - LIE)}{2,575\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.58)$$

### 2.4.3 Controlo Estatístico Multivariado

É bastante comum pretender-se controlar em simultâneo mais do que uma característica da qualidade de um determinado produto, sendo este o caso nesta dissertação. O controlo estatístico multivariado está associado a vantagens significativas em relação ao controlo Univariado, por exemplo, permite obter resultados mais fiáveis quando existe correlação entre as características a controlar visto que se corre o risco de não identificar alterações que possam ocorrer na correlação entre as mesmas.

No *SPC* Multivariado, é possível analisar os dados conjuntamente utilizando cartas de controlo com estatísticas multivariadas, sendo que neste caso, visto que se pretende estudar vários produtos, recorre-se às cartas multivariadas para “pequenas produções”. O conceito de “pequenas produções”, ou *short run*, diz respeito a casos nos quais:

- o número de unidades produzidas de cada vez é inferior a vinte, verificando-se uma nova produção ao fim de determinado tempo suficientemente distante;
- o número de unidades é superior a cem, sendo que a sua produção ocorre rapidamente em termos temporais;
- a produção realiza-se por lotes específicos ao longo do tempo, sendo estes em número limitado.

Considerando igualmente que não se pretendem detetar alterações significativamente pequenas nos valores das respostas dos *outputs*, e que devido à natureza dos produtos em estudo, não existe restrição relativamente ao número de amostras a recolher, a metodologia para implementação das cartas multivariadas para o controlo do vetor média é:

1. Fase 1 – Construção da Carta  $T^2$  por produto, considerando neste caso amostras todas com a mesma dimensão para todos os produtos. Nesta primeira fase, os limites de controlo não são independentes dos dados a controlar;
2. Fase 2 – Construção da Carta  $T^2$  por produtos, sendo que esta segunda fase corresponde à monitorização do processo. É considerada uma primeira aproximação na qual os parâmetros –  $\mu$  e  $\Sigma$  – são estimativas determinadas na Fase 1, sendo os limites de controlo determinados em função dos dados recolhidos também nesta fase. Os dados a recolher durante esta fase de monitorização já são independentes dos limites de controlo e quando os dados obtidos se podem considerar suficientes, consideram-se conhecidos os parâmetros dos processos e os limites são assim independentes dos dados recolhidos na fase anterior. Quando o processo se encontra definitivamente estabilizado, o controlo do mesmo é realizado através de uma carta  $\chi^2$ , cujos limites dependem apenas do número de variáveis em estudo  $p$  e o nível de significância  $\alpha$ .

#### 2.4.4 Cartas baseadas em Médias de Amostras

No âmbito desta dissertação, recorreu-se à utilização de cartas de controlo baseadas em médias de amostras, sendo a metodologia de aplicação das mesmas apresentada de seguida.

- Fase 1 – Carta  $T^2$

Considerando a média, a variância e as covariâncias de  $m$  amostras de dimensões  $n$ , para cada uma das  $p$  características da qualidade, calculadas a partir das observações individuais  $X_{ijk}$  ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, p; k = 1, 2, \dots, m$ ) são dadas por:

$$\bar{X}_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ijk} \quad (2.59)$$

$$S^2_{jk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})^2 \quad (2.60)$$

$$S_{ihk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})(X_{ihk} - \bar{X}_{hk}); \text{ para } j \neq h \quad (2.61)$$

Com base nas expressões apresentadas, é possível determinar as estatísticas por:

$$\bar{\bar{X}}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_{jk} \quad (2.62)$$

$$\bar{S}_{jj} = \bar{S}^2_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S^2_{jk} \quad (2.63)$$

$$\bar{S}_{jh} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jhk}; \text{ para } j \neq h \quad (2.64)$$

As médias de médias amostrais,  $\bar{\bar{X}}_j$  ( $j = 1, 2, \dots, p$ ), são os elementos do vetor média  $\bar{\bar{\mathbf{X}}}$  e as variâncias ( $\bar{S}^2_j$ ) e as covariâncias amostrais ( $\bar{S}_{jh}$ ) são os elementos da matriz das covariâncias  $\mathbf{S}$ , dadas por:

$$\bar{\bar{\mathbf{X}}} = (\bar{\bar{X}}_1, \bar{\bar{X}}_2, \dots, \bar{\bar{X}}_p)' \quad (2.65)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \dots & \bar{S}_{1p} \\ \bar{S}_{21} & \dots & \bar{S}_{2p} \\ \bar{S}_{p1} & \dots & \bar{S}_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

O vetor  $\bar{\mathbf{X}}_k$  é formado pelas médias das  $p$  características da qualidade da amostra  $k$  da seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{X}}_k = (\bar{X}_{1k}, \bar{X}_{2k}, \dots, \bar{X}_{pk})' \quad (2.67)$$

Sendo que nas equações apresentadas é adotada a seguinte simbologia:

$X_{ijk}$  – observação  $i$  da característica da qualidade  $j$  na amostra  $k$

$\bar{X}_{jk}$  – média da característica da qualidade  $j$  na amostra  $k$

$S^2_{jk}$  – variância da característica da qualidade  $j$  na amostra  $k$

$S_{ihk}$  – covariância entre as características da qualidade  $j$  e  $h$  na amostra  $k$

$\bar{\bar{X}}_j$  – média das  $m$  médias de amostra referente à característica da qualidade  $j$

$\bar{S}^2_j$  – média das  $m$  variâncias de amostra referente à característica da qualidade  $j$

$\bar{S}_{jh}$  – média das  $m$  covariâncias de amostra entre as características  $j$  e  $h$

Assim, e considerando as equações descritas neste subcapítulo, é definida uma variável  $T^2$  no instante  $k$ , designada por *Hotelling*  $T^2$ :

$$(T^2)_k = n (\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}})' \mathbf{S}^{-1} (\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}}) \quad (2.68)$$

Os limites da carta de controlo  $T^2$ , são dados por:

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} \cdot F_{\alpha; p, mn-m-p+1} \quad (2.69)$$

$$LIC_{T^2} = 0 \quad (2.70)$$

É detetada uma causa especial de variação quando  $(T^2)_k > LSC_{T^2}$  e, quando tal acontece, as amostras referentes aos pontos fora dos limites devem ser retiradas da carta  $T^2$ , recalculadas as médias das médias  $\bar{\bar{X}}_j$ , as variâncias  $\bar{S}^2_j$ , as covariâncias amostrais  $\bar{S}_{jh}$  e consequentemente os novos valores de  $T^2$ . Deste modo, é determinado o novo vetor média  $\bar{\bar{\mathbf{X}}}$ , bem como a nova matriz das covariâncias  $\mathbf{S}$ , sendo igualmente recalculada com base nos novos valores dos parâmetros.

Caso seja detetado um número significativo de pontos que devem ser excluídos, após as várias iterações deste processo, o processo deve ser considerado como não estando suficientemente estabilizado. Nesta situação, devem ser recolhidos novos dados e repetida a análise descrita. Quando o processo se encontra sob controlo estatístico, ou seja, quando todos os pontos pertencem ao intervalo definido pelos limites de controlo, sendo desta forma possível estimar os parâmetros do processo, correspondendo  $\bar{\bar{X}}$  ao estimador de  $\mu$  e  $\bar{S}$  ao estimado de  $\Sigma$ .

- Fase 2 – Carta  $T^2$

Após verificado que o processo se encontra sob controlo estatístico, o controlo é realizado em tempo real e a estatística  $T^2$  a representar na carta é dada pela equação 2.68 apresentada para a variável Hotelling  $T^2$ .

Os limites de controlo são baseados nas  $m$  amostras recolhidas na Fase 1, sendo dados por:

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m+1)(n-1)}{mn-m-p+1} \cdot F_{\alpha; p, mn-m-p+1} \quad (2.71)$$

$$LIC_{T^2} = 0 \quad (2.72)$$

De forma análoga à Fase 1, verifica-se uma causa especial de variação quando:

$$(T^2)_k > LSC_{T^2} \quad (2.73)$$

e, a(s) variável(s) responsável pela situação deve ser identificada. Devem igualmente ser tomadas ações corretivas de forma a prevenir que a situação que causou a causa especial de variação ocorra novamente, sendo que por vezes a mesma é devida à correlação entre algumas variáveis e não devida a uma alteração de qualquer das características. Devido a esta possibilidade, deve ser realizada uma investigação de forma a verificar se ocorreu de facto uma alteração significativa na correlação das variáveis durante a análise da carta  $T^2$ .

- Fase 2 – Carta  $\chi^2$

Quando existe garantia que o processo se encontra sob controlo estatístico, ou seja, quando o processo já se encontra estabilizado há um período de tempo relativamente longo, é possível considerar que os parâmetros  $\mu$  e  $\Sigma$  são estáveis e conhecidos. Deste modo, a estatística  $\chi^2$ , definida no instante  $k$  é dada por:

$$(\chi^2)_k = n (\bar{\mathbf{X}}_k - \boldsymbol{\mu})' \Sigma^{-1} (\bar{\mathbf{X}}_k - \boldsymbol{\mu}) \quad (2.74)$$

, sendo o vetor média e a matriz das covariâncias do processo são dados por:

$$\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)' \quad (2.75)$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \dots & \sigma_{2p} \\ \sigma_{p1} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Os limites de controlo da carta  $\chi^2$ , definidos em função do número de características  $p$  e do nível de significância  $\alpha$ , são dados por:

$$LSC_{\chi^2} = \chi^2_{\alpha; p} \quad (2.77)$$

$$LIC_{\chi^2} = 0 \quad (2.78)$$

De forma análoga ao referido para a carta  $T^2$  na Fase 2, é detetada uma causa especial de variação quando:

$$(\chi^2)_k > LSC_{\chi^2} \quad (2.79)$$

e, quando se verifica esta situação deve ser identificada a variável(eis) responsável (eis) e aplicar as respetivas ações corretivas. Relativamente à correlação entre as variáveis, deve ser seguido o mesmo procedimento referido para a carta  $T^2$ .

#### 2.4.5 Interpretação das Cartas Multivariadas

Conforme referido, quando se verificam pontos fora do intervalo, definido pelos limites de controlo, significa que existem situações fora de controlo. Neste caso, é necessário investigar a causa responsável pela situação, sendo que a causa de variação especial pode estar associada a uma ou mais variáveis, bem como à alteração da correlação entre as mesmas ou mais variáveis.

Identificar corretamente as variáveis e/ou correlações que responsáveis por uma situação fora de controlo é de extrema importância visto que permitem escolher a ação corretiva adequada a tomar para cada situação.

Existem vários métodos desenvolvidos para a identificação das variáveis e/ou correlações, no entanto será descrito o método utilizado no âmbito desta dissertação, nomeadamente o método referido como a “Aplicação da Estatística  $d$ ”.

Para a determinação da(s) variável(eis) responsável por uma situação fora de controlo, este método utiliza a estatística  $d$ , definida para cada variável  $j$  por:

$$d_j = T^2 - T^2_{(j)}, j = 1, 2, \dots, p \quad (2.80)$$

sendo o valor da estatística  $T^2$  calculado com base nas  $p$  variáveis em estudo e  $T^2_{(j)}$  o valor da estatística de *Hotelling* determinada a partir de  $(p - 1)$  variáveis, à exceção da variável  $j$ .

Deste modo, considera-se que uma variável contribui de forma significativa para a situação de fora de controlo quando:

$$d_j > \chi^2_{\alpha;1} \quad (2.81)$$

correspondendo  $\alpha$  ao nível de significância selecionado.

#### 2.4.6 Capacidade Multivariada do Processo

Tal como para o estudo da capacidade univariada, a análise da capacidade de um processo multivariado baseia-se na comparação da amplitude do intervalo da especificação técnica com a correspondente amplitude do intervalo referente ao processo para  $\alpha = 0,27\%$ .

Assumindo que  $X$  segue uma distribuição Normal multivariada, o estudo multivariado da capacidade de um processo contempla a comparação de áreas, para duas características, e de volumes, para três características. Para o estudo de caso em questão, no caso de duas características, o estudo da capacidade do processo compara o retângulo definido pela especificação com a eclipse que caracteriza o processo (Pereira & Requeijo, 2012).

A comparação entre áreas mencionada tem como objetivo não só verificar se a área relativa ao processo é significativamente menor que a área relativa à especificação técnica, mas também verificar se a localização do vetor média  $\mu$  coincide com a localização do vetor  $T$  definido pelos  $p$  valores nominais da especificação, sendo  $p$  o número de características em estudo.

Os três índices multivariados de capacidade do processo são:

1.  $C_{pM}$  – Compara os volumes das regiões referentes à especificação e ao processo, comportando-se como um índice de capacidade potencial, à semelhança do índice univariado  $C_p$ ;

$$C_{pM} = \left( \frac{\prod_{i=1}^p (LSE_i - LIE_i)}{\prod_{i=1}^p (LSP_i - LIP_i)} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.82)$$

em que

$$LSP_i = \mu_i + \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma_i^{-1})}}, i = 1, 2, \dots, p \quad (2.83)$$

$$LIP_i = \mu_i - \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma_i^{-1})}}, i = 1, 2, \dots, p \quad (2.84)$$

Nas quais:

- $\Sigma$  - matriz das covariâncias para as  $p$  características;
- $\Sigma_i$  – matriz das covariâncias, que se obtém desprezando a coluna  $i$  e linha  $i$  da matriz  $\Sigma$ , sendo  $\Sigma_i$  é uma matriz  $(p - 1) \times (p - 1)$ ;
- $\det(\Sigma_i^{-1})$  – determinante da inversa da matriz  $\Sigma_i$ ;
- $\chi_{\alpha;p}^2$  – percentil à direita, para uma probabilidade  $\alpha$ , da distribuição do  $\chi^2$  com  $p$  graus de liberdade.

2.  $PV$  – Compara a localização do vetor média do processo  $\mu$  com a localização do vetor  $\mathbf{T}$  dos valores nominais da especificação. A estatística  $T^2$  é determinada com base na estimativa do valor média ( $\hat{\mu}$ ), no vetor  $\mathbf{T}$  que caracteriza a especificação técnica e na estimativa da matriz das covariâncias ( $\hat{\Sigma}$ ). O vetor  $\hat{\mu}$  e a matriz  $\hat{\Sigma}$  são estimados, com base nos dados amostrais, por  $\bar{\bar{\mathbf{X}}}$  (ou  $\bar{\mathbf{X}}$ ) e por  $\mathbf{S}$ ;

$$PV = P \left( T^2 > \frac{p(N-1)}{N-p} F_{p,N-p} \right) \quad (2.85)$$

$$T^2 = n(\bar{\bar{\mathbf{X}}} - \mathbf{T})' \mathbf{S}^{-1} (\bar{\bar{\mathbf{X}}} - \mathbf{T}) \quad (2.86)$$

em que  $\mathbf{T} = (T_1, T_2, \dots, T_p)'$ , sendo  $T_j$  o valor nominal da característica da qualidade  $j$ .



3.  $LI$  – Analisa a localização das regiões definidas pela especificação e pelo processo, verificando se esta última está contida na primeira, condição necessária para se considerar um processo capaz. O índice  $LI$  é definido por:

- $LI = 1$ , se a região modificada do processo está contida na região da especificação;
- $LI = 0$ , outra situação.

Analisando as  $p$  características em estudo, considera-se que um processo é capaz quando cumulativamente se verifique  $C_{pM} \geq 1,33$ ,  $PV$  se aproxime significativamente de 1 e  $LI = 1$ .



## Capítulo 3 - A Empresa: Panpor S.A.

A Panpor S.A. é uma empresa nacional líder de mercado na indústria panificadora de produtos congelados em Portugal, que à data exporta várias referências para a Europa, América do Norte, América do Sul, África e Oceânia. O presente estudo foi realizado conjuntamente com o seu laboratório da qualidade e equipa responsável pela produção.

Neste capítulo é introduzida a operação da empresa, os seus objetivos e funcionamento.

### 3.1 Introdução

A Panpor – Produtos Alimentares S.A., fundada em 1996, é uma empresa produtora de produtos alimentares congelados, nomeadamente de pão e de artigos de pastelaria. A empresa possui dois armazéns, localizados em pontos geográficos estratégicos relativos à operação da mesma, e duas fábricas que se encontram sediadas no Parque Industrial de Rio Maior, nas quais trabalham cerca de 200 pessoas. Trata-se de uma empresa líder de mercado no seu sector, tendo aproximadamente 27% de *market share*.

Tabela 3.1 – Distribuição de Quotas de Mercado das principais empresas que operam no sector de produtos panificados congelados

Ano	2013	2014	2015	2016
Total	173 M€	178 M€	183 M€	187 M€
Panpor	25.5%	25.9%	26.5%	27.4%
Panicongelados	15.6%	15.2%	15.3%	16.0%
Europastry	15.6%	15.2%	14.8%	14.4%
CSM	11.0%	10.4%	9.8%	9.6%
Panike	10.8%	10.4%	9.8%	9.6%
Nutriva	4.0%	3.7%	3.3%	2.9%
Outros	17.5%	19.3%	20.5%	20.5%

Os principais motivos para a liderança de mercado verificada atualmente pela Panpor são:

- Produtos de alta qualidade a preços competitivos;
- Inovação contínua no que diz respeito à oferta de produtos ao mercado;
- Capacidade de desenvolver produtos de acordo com as necessidades individuais dos diferentes retalhistas no mercado português e espanhol;
- Capacidade de ajuste da produção à procura por parte do mercado;

- Reconhecimento da ética da empresa por parte do mercado retalhista.

Existem atualmente oito linhas em funcionamento em ambas as fábricas: duas linhas destinadas à produção de pão francês – denominação dada a pão fabricado com farinhas brancas e com formas alongadas -, três linhas de pão rústico, duas linhas de pastel de nata e uma linha desenvolvida especificamente para a produção de *Roscón* – produto semelhante ao tradicional Bolo Rei português.

Em 2016 a Panpor produziu aproximadamente 32 toneladas de produto, sendo que cerca de 75% das vendas da mesma são nacionais, principalmente para os grandes retalhistas que operam atualmente no mercado português – Sonae, Lidl, Jerónimo Martins – e para a Horeca (Hotéis, Restaurantes e Cafés). Os restantes 25% dizem respeito às vendas associadas à exportação, tendo o *turnover* de 2016/2017 atingido os 52,4 milhões de Euros.



Figura 3.1 - Logótipo Panpor



Figura 3.2 - Vista do edifício de escritórios da fábrica em Rio Maior

### 3.2 História

A Panpor S.A. pertenceu até 2014 ao grupo Francês Neuhauser, tendo sido adquirido pelo grupo Soufflet. Esta aquisição permitiu a injeção de capital na empresa, permitindo a construção da

nova unidade fabril com o objetivo de responder ao aumento da procura associada a grande parte das referências produzidas.

O crescimento nacional e internacional da empresa nos últimos anos, associado à cada vez maior competitividade no sector no qual a Panpor opera, têm sido os maiores desafios encontrados recentemente. Considerando que, atualmente, a redução de custos diretos e indiretos se trata de uma prioridade para todas as empresas e/ou organizações, a Panpor não é exceção. No entanto, e devido não só às rigorosas certificações segundo as quais a empresa opera, mas também à política da empresa no que diz respeito à sua estratégia de competição por diferenciação em detrimento da competição por preço, a qualidade dos seus produtos é da maior importância. É neste sentido que o estudo representa uma oportunidade de interesse para a Panpor, sendo que idealmente esta investigação funcionaria como um projeto piloto e como um primeiro passo concreto para a aplicação de métodos científicos recentes para a melhoria dos seus processos.

Durante a fase inicial de reuniões para o planeamento das experiências e metodologias a aplicar, foi referido que a empresa já tinha testado a hipótese de aplicar métodos estatísticos para a melhoria da qualidade dos seus processos. Apesar do referido, devido à indisponibilidade dos membros da equipa do laboratório da qualidade e da equipa de produção para atividades relacionadas com investigação, não foi possível testar algumas hipóteses previamente estabelecidas como pontos de interesse. Deste modo, foram também incluídas no estudo, durante a fase de recolha de dados, recolhas adicionais que através da análise às amostras recolhidas, permitiram à equipa da qualidade esclarecer algumas dúvidas relativamente à influência de alterações específicas na configuração de parâmetros da linha L9.

A nível organizacional, a Panpor está dividida em três áreas distintas: administração e área financeira, indústria e área comercial e de marketing. A área industrial inclui os departamentos de produção, distribuição, qualidade, manutenção e segurança e saúde ocupacionais.



## Capítulo 4 – Estudo de Caso

Neste capítulo é descrita a abordagem do presente caso de estudo aos métodos estatísticos selecionados para controlar e melhorar os processos de produção de pão em estudo.

Para melhoria do processo de produção da referência C70g recorreu-se ao DOE, com o objetivo de aproximar o peso das unidades produzidas ao valor nominal pretendido, determinando quais os fatores que afetam significativamente a característica da qualidade em questão, bem como os melhores níveis dos fatores significativos. De forma a controlar e monitorizar o processo mencionado recorreu-se ao Controlo Estatístico Univariado e Multivariado, com o objetivo de comparar ambas as vertentes do método e determinar a sua adequação aos processos inerentes à indústria alimentar.

De forma a testar a aplicabilidade, e com o objetivo de partilhar conhecimento relativamente às técnicas associadas ao controlo estatístico, recorreu-se igualmente ao controlo estatístico das referências R270g e RC270g seguindo ambas as vertentes mencionadas. Sendo um dos objetivos do estudo de caso introduzir a empresa ao DOE e ao SPC, todos os passos foram estudados previamente em conjunto com a equipa do laboratório da qualidade da Panpor, apresentando-se de seguida as metodologias utilizadas de forma pormenorizada.

### 4.1 Seleção do Projeto

O estudo de caso em questão foi desenvolvido de acordo com as necessidades identificadas previamente pela empresa, sendo que o problema associado já tinha sido estudado em várias ocasiões distintas. A solução implementada até à data do estudo foi considerada como a melhor possível, tendo em consideração não só o tempo já despendido na procura de uma alteração viável no processo que desse origem a resultados satisfatórios, mas também os recursos disponíveis para a realização do estudo em si.

A oportunidade para a implementação do Controlo Estatístico dos processos de produção da Panpor, bem como da realização do DOE, surgiu de uma candidatura espontânea. Através de um contacto em comum, foi obtido conhecimento do problema que a empresa tentava solucionar até à data e, como consequência, foi apresentada uma proposta onde se encontrava explicitado o potencial das duas ferramentas da Qualidade mencionadas. Posteriormente, seguiram-se uma série de reuniões para compreender o mais detalhadamente possível o problema em questão, bem como as necessidades e limitações da empresa no que dizia respeito à implementação do estudo.

Toda a experiência foi desenhada em conjunto com a equipa do laboratório da qualidade da empresa, tendo sido estabelecidos prazos, prioridades e os próprios produtos sobre os quais faria mais sentido aplicar as ferramentas mencionadas.

Foram igualmente delineadas as metodologias de recolhas de dados ao pormenor, com o auxílio dos profissionais responsáveis pela operação e manutenção das linhas de montagem, tendo sido estabelecidas quais as melhores práticas para os vários momentos de recolha.

#### **4.2 Características da Qualidade a estudar: Peso e Comprimento**

Conforme mencionado anteriormente, as características críticas da qualidade que foram alvo de estudo nesta investigação, correspondem ao peso, em gramas, das unidades de pão produzido, e ao seu comprimento em centímetros.

Estas duas características foram selecionadas devido à sua importância para os clientes intermédios e finais da Panpor. Por motivos comerciais, devido à natureza de grande escala do negócio da empresa, e principalmente devido às tolerâncias rígidas praticadas pelos clientes intermédios da empresa, neste caso, as principais empresas retalhistas que operam em Portugal, é da maior importância que as duas características em questão apresentem intervalos de variação o mais reduzidos possível.

O problema principal relativamente à característica “Peso”, verifica-se quando as unidades produzidas se encontram abaixo do limite inferior de especificação atribuído. Quando esta situação se verifica, os produtos são considerados “não-conformes” e não podem ser entregues ao cliente visto que seriam automaticamente devolvidos após o cliente pesar as caixas e constatar que o peso total, considerando o número de unidades que cada caixa transporta, estaria abaixo do limite de especificação acordado. De forma a prevenir a situação descrita, a solução encontrada pela Panpor corresponde a produzir as unidades de pão com um peso médio superior ao especificado. Assim, é garantido que as unidades de pão após passarem pelo processo de cozedura, onde por consequência da cozedura em si perdem peso, não apresentam valores inferiores ao limite inferior de especificação.

No entanto, a solução encontrada não é ótima. No caso das unidades de pão produzidas se encontrarem acima do limite superior, desde que perceptível qual a referência em questão e desde que o diferencial face ao limite superior de especificação seja razoável, não é comum verificarem-se queixas por parte dos clientes. Para aplicar esta solução, torna-se, no entanto, necessário gastar uma maior quantidade de matéria-prima do que o originalmente planeado nas receitas das várias referências, e é este o motivo principal pelo qual a empresa tem interesse no trabalho de investigação associado a esta dissertação.

A segunda característica da qualidade em estudo, o comprimento em centímetros das unidades de pão produzido, é também de grande importância para a empresa. Contudo, devido ao



processo de fabrico das unidades de pão em si, trata-se de uma característica significativamente mais simples de controlar e de prever potenciais problemas que possam originar unidades “não-conformes”. Por ser uma característica mais simples de controlar, os intervalos de variação aceites são também menores e o objetivo associado a esta característica é principalmente o controlo estatístico da mesma. Para estudar a interação das duas características em simultâneo, foram selecionadas como ferramenta as Cartas de Controlo Multivariadas.

O resultado ideal do estudo em questão seria, portanto, reduzir a quantidade de matéria-prima utilizada na produção de determinadas referências, através da identificação dos melhores níveis dos fatores controláveis dos processos e do controlo estatístico dos mesmos, conduzindo assim a ganhos económicos significativos.

#### **4.3 Processos de Produção**

Os três produtos em estudo nesta investigação - a Carcaça de 70 grama (C70g), a Rustiguite de 270 grama (R270g) e a Rustiguite de Cereais de 270 grama (RC270g) – são produzidos em duas linhas distintas, mas semelhantes – a Linha 9 (L9) e a Linha 11 (L11). A R270g, por se tratar de um produto com uma procura significativamente maior quando em comparação com os dois outros produtos, é produzida na L11, visto que esta linha não só tem uma cadência superior do que a L9 mas também permite a produção de mais unidades por tabuleiro produzido. Os dois restantes produtos são fabricados na L9, a RC270g por ser uma referência produzida em menor escala e a C70g por ser um produto mais pequeno e apropriado para a linha em questão.

Em ambas as linhas, que se estendem por várias dezenas de metros na área das duas fábricas da Panpor, as referências de pão são produzidas desde o processo de formação de massa, até ao processo de cozedura e posterior congelação.

O estudo desenvolvido no âmbito desta dissertação incide sobre os processos cuja possibilidade de controlar durante o momento de produção é maior. Apesar do descrito anteriormente, relativamente ao processo de cozedura ser o mais relevante no que diz respeito à incerteza do peso das unidades de pão produzidas, trata-se também do processo mais instável e complexo de controlar. Devido aos custos associados com a manutenção dos fornos de cozedura, não é possível ligá-los constantemente e desligá-los para regular a temperatura de acordo com o que seria ideal para cada produto. Deste modo, através da experiência dos membros do laboratório da qualidade, foram selecionados os processos sob os quais o DOE iria incidir, sendo que estes correspondem também aos processos que se suspeita terem maior influência na característica “Peso”.

#### **4.4 Desenho de Experiências – DOE**

A abordagem para a aplicação do DOE, foi realizada de forma sistemática de forma a obter resultados fiáveis.

Após a definição da equipa de investigação e dos objetivos da experiência, foram estudados em conjunto os antecedentes relevantes para a investigação a realizar bem como as os fatores e níveis a testar, tendo sido dada especial atenção às restrições inerentes às condições de realização das experiências a executar.

A principal restrição associada à aplicação do DOE para a referência C70g está relacionada com a impossibilidade de executar os ensaios da experiência de forma aleatória. Após ter sido atribuída uma ordem aleatória às experiências a realizar e ter sido estudada a hipótese de realização das mesmas, foi concluído que seria extremamente complexo para a empresa seguir qualquer ordem aleatória. Visto que a realização do DOE seria uma experiência nova não só para a empresa, mas também para a própria equipa do laboratório da Qualidade e para os operadores de linha, seria necessário testar primeiramente todas as alterações aos níveis dos fatores antes de começar a recolha de dados e depois executar as experiências de forma aleatória. O objetivo dos testes mencionados seria verificar qual o impacto das alterações dos níveis dos fatores no comportamento da linha e nos produtos, de forma a compreender o impacto de cada alteração de forma individual antes de testar combinações de fatores. Esta metodologia seria impossível de seguir no tempo estipulado para a realização da investigação, logo, e de forma a contornar o problema identificado, as experiências foram realizadas segundo uma ordem deliberada. Em primeiro lugar foram testadas as alterações aos níveis dos fatores individuais consideradas mais simples de executar, ou seja, aquelas que incluíam apenas a alteração de um nível de um fator relativamente ao nível standard já praticado. Após todas as experiências que incluíam apenas a alteração de nível de um fator terem sido realizadas, seguiram-se as experiências que combinavam apenas duas alterações aos níveis dos fatores e, por fim, a experiência correspondente à alteração de todos os níveis dos fatores relativos ao seu nível standard.

De forma a compensar o erro associado à não execução das experiências de forma aleatória, aumentou-se o número de unidades recolhidas para amostra relativamente ao número estipulado anteriormente.

##### **4.4.1 Aplicação do DOE**

Conforme referido, o objetivo da aplicação DOE foi atingir um valor de *target* específico para o peso da referência C70g, inferior ao praticado atualmente. Para tal, foi necessário estudar os inputs do processo de produção, as características/fatores que afetam o peso do pão e, neste caso, o output ou a resposta a estudar – o próprio peso do produto. Em primeiro lugar, foi necessário conhecer a referência C70g em detalhe, estudando os subprocessos associados à

sua manufatura através da análise dos fluxogramas disponibilizados pela equipa do laboratório da qualidade. De seguida, foram estudados os fatores relevantes, os níveis dos mesmos e foi definido o número de experiências a realizar bem como o número de replicações.

Após concluído o estudo mencionado aos fatores dos processos, foi definido o tipo de desenho de experiências. Visto que o número de unidades recolhidas para experimentação não é relevante, face ao seu valor económico reduzido, optou-se por realizar um desenho com fatorial completo, tendo sido selecionados três fatores para o estudo.

Assim, decidiu-se aplicar um fatorial completo de três fatores a dois níveis, o que se traduz em oito experiências distintas. De acordo com a nomenclatura do Planeamento Experimental, tem-se:

$$2^{k-p} = 2^{3-0} = 8$$

com:

$k$  – número de fatores

$p$  – número de geradores, que neste caso é igual a zero por se tratar de um fatorial completo

Em condições normais, nas quais seria possível executar as experiências de forma aleatória, três réplicas seria o suficiente. No entanto, conforme referido, neste caso o número de réplicas para cada experiência foi superior ao normal, seis réplicas, de forma a compensar o erro associado à execução das experiências de forma não-aleatória. Assim, obtém-se um total de quarenta e oito experiências a executar, oito distintas replicadas seis vezes cada.

É relevante mencionar que foram recolhidos dados de várias observações por réplica visto que, de acordo com o processo de produção, as unidades são produzidas nove de cada vez. A matéria-prima, neste caso massa de pão, é cortada em nove secções diferentes que por sua vez são cortadas para formar as unidades de pão.

A tabela 4.1 apresenta os fatores selecionados para o estudo, bem como os níveis dos mesmos a testar.

Tabela 4.1 -Fatores a testar para o fatorial completo  $2^3$

Fatores	Designação	Níveis	
		-	+
Tempo de Repouso (Min)	A	75	90
Local de Reincorporação de Aparas	B	TBP	Amassadeiras
Massa de Aparas Reincorporada (kg)	C	≈ 40	≈ 30

Os três fatores apresentados foram selecionados pela empresa, visto que de acordo com a experiência dos operadores de linha, da equipa do laboratório da qualidade e do diretor de produção, são os que suspeitava terem maior influência no peso das referências produzidas, dentro do grupo dos fatores controláveis.

O nível baixo dos três fatores corresponde aos níveis *standard* utilizados no processo de produção, ou seja, para o produto C70g e em condições de produção normais os valores dos níveis dos fatores são: A = 75 minutos, B = TBP e C = 40 quilograma.

O fator A, “Tempo de Repouso (min)”, corresponde ao tempo em minutos que a massa utilizada para formar o pão se encontra a repousar nas amassadeiras após a receita estar completa. Este fator foi alvo de suspeita pois influencia outras características da qualidade de forma visivelmente significativa, nomeadamente a elasticidade da massa e o volume das unidades produzidas. Visualmente, quanto mais tempo a massa repousar antes de ser cortada e formada em unidades individuais, maior elasticidade terá e mais volumoso será o produto final. Devido à relação existente entre as características “peso” e “volume” de um objeto, este fator foi desde o início do estudo da própria empresa um potencial candidato para apresentar influência significativa no peso das referências. O nível *standard* para este fator, 75 minutos, é utilizado por garantir a qualidade geral do produto final e por representar um valor que permite à empresa produzir de acordo com a procura desta referência. No entanto, foi também do interesse da Panpor testar se o *trade-off* entre produzir menos unidades por dia devido ao aumento do tempo de repouso da massa e conseguir produzir unidades com menor desperdício de matéria-prima, tendo um processo mais estável e controlado, compensaria.

O fator B, “Local de Reincorporação de Aparas”, diz respeito ao local na linha de produção onde os excedentes de massa resultantes do processo são reincorporados na linha para serem aproveitados. Este fator representa suspeita devido à teoria associada com o fabrico de pão, segundo a qual, de forma a obter um produto final mais volumoso e mais uniforme, a massa excedente, resultante do processo de fabrico, deve ser reincorporada aos ingredientes da massa original antes de o processo de amassar estar completo. A linha de produção em questão tem a possibilidade de reincorporar a massa nas amassadeiras, no entanto, regra geral este processo não é utilizado por opção da grande maioria dos chefes de turno responsáveis pelo processo e subprocessos associados, apesar de ser o que está previsto devido às suas vantagens face à alternativa. A alternativa à reincorporação nas amassadeiras passa por reincorporar a massa no dispensador final de massa para a linha, chamado TBP. Neste processo, a massa de aparas é adicionada à massa nova quando esta está a ser descarregada para a linha através de um funil retangular, para ser iniciado o processo de formação de unidades individuais.

O que acontece neste caso é que em vez da massa ser totalmente reincorporada nos ingredientes durante o processo de formação da massa, sendo por isso obtida uma massa uniforme e elástica, as aparas são adicionadas à massa já formada e repousada no TBT, não existindo uma verdadeira reincorporação. O produto final resultante, apesar de conforme e com qualidade, não é o produto ótimo que se sabe ser possível obter.

A situação descrita verifica-se porque o processo de “desviar” as aparas para as amassadeiras é algo complexo e trabalhoso, o que inibe os responsáveis pelo processo de fabrico de seguir as recomendações do laboratório da qualidade e do departamento de produção e optar por esta

via, visto que o produto final apresenta qualidade adequada. Para este fator, é, portanto, do interesse da direção verificar se de facto a teoria se prova, e caso o local de reincorporação afete significativamente a característica “peso”, modificar o processo de acordo com os resultados.

O fator C, “Massa Aparas Reincorporada (kg)”, corresponde ao número de quilos de massa de aparas que é adicionado à linha de produção, por cuba de massa processada em unidades individuais. “Cuba” é o termo atribuído ao recipiente cilíndrico onde os ingredientes são processados e transformados em massa, ou seja, cada cuba corresponde a uma unidade utilizada no processo de produção. Cada cuba, para a receita da referência C70g, corresponde a cerca de 290 quilograma de massa, sendo que a esta são adicionados aproximadamente 40 quilograma de aparas, via TBP. Em teoria, é sempre necessário adicionar massa já repousada e levedada a cada *batch* de massa nova, no entanto, para reduzir o desperdício associado ao processo de produção é sempre aproveitada o máximo de massa de aparas possível. A quantidade máxima de aparas, cerca de 40 quilograma, corresponde à massa em excesso produzida durante sete minutos, o tempo que demora a massa de uma cuba a ser processada pela linha de produção antes de chegar à estufa.

Novamente, no que diz respeito à teoria de fabrico de pão, a percentagem de massa levedada a adicionar à nova mistura deve ser entre 5 a 20%. Neste âmbito, torna-se interessante para a empresa testar se uma redução de massa de aparas na mistura final teria um impacto significativo na característica “Peso”, que compensasse a logística extra de ter de alterar o seu processo de produção standard. Considerou-se que uma redução de 25% na massa de aparas acrescentada seria um valor interessante de testar.

#### **4.4.2 Recolha de dados – DOE**

Conforme descrito, o DOE foi aplicado ao produto C70g por se tratar da referência que a empresa tem maior interesse em estudar e controlar. Antes de se ter procedido à recolha de dados, foi planeada toda a metodologia a seguir: a equipa que iria desenvolver o estudo, os objetivos, o tipo de desenho, os métodos de medição e respetivas ferramentas, os fatores controláveis e não-controláveis associados ao processo, as interações entre fatores, fatores constantes, restrições à experimentação, o número de experiências e replicações, entre outros.

Foi discutida, desde o início deste estudo, a importância da consistência e rigor na recolha física dos dados. Como consequência desta preocupação, foi desenvolvido um método de recolha que primou pela cautela. Por exemplo, tanto para o DOE como para o SPC, procurou-se garantir que o processo estava estabilizado antes da recolha, ser sempre a mesma pessoa a recolher os dados, usar sempre os mesmos equipamentos de medição e não alterar qualquer variável do processo durante os momentos de recolha.

Para a recolha física dos dados, recorreu-se a folhas de registo e verificação, visto que não é possível utilizar qualquer tipo de equipamento eletrónico junto da linha de produção, devido às regras da qualidade e segurança associadas à manufatura de produtos alimentares. As folhas de registo criadas para o efeito foram propositadamente desenvolvidas de forma a serem bastante simples e intuitivas de preencher. Após algumas iterações, foi obtida a folha apresentada no Anexo A, que tem em consideração o período de recolha de dados, informações essenciais relativas à referência em questão e fatores e respetivos níveis em estudo. Por fim, uma das principais preocupações com as folhas de registo foi garantir que seria possível construir com rapidez e facilidade, outras ferramentas da qualidade com base nas folhas desenhadas.

#### 4.4.3 Tratamento de dados – DOE (Resultados)

Para o cálculo dos efeitos e das variações dos fatores e das suas interações poderia ter sido utilizado o *software* Statistica, no entanto considerou-se que seria igualmente simples a utilização do *software* Excel para o efeito desejado, visto que seria necessário investigar como utilizar o Statistica para o caso em que  $n$  não é igual a 1.

Deste modo, recorreu-se à aplicação do Algoritmo de Yates, cuja metodologia se encontra exposta no capítulo 2. A tabela 4.2 permite verificar os valores resultantes dos cálculos efetuados associados ao Algoritmo de Yates, para a referência C70g.

A matriz de planeamento, com os dados recolhidos para as seis réplicas, encontra-se apresentada no Anexo B.

Tabela 4.2 – Algoritmo de Yates

Ordem Padrão	SUMT	1	2	3	Efeito	SS
(1)	5145,5	10239,0	20289,2	40452,5	93,6	3787974,0
<i>a</i>	5093,5	10050,2	20163,3	93,1	0,4	20,1
<i>b</i>	5021,7	9975,3	-45,2	23,9	0,1	1,3
<i>ab</i>	5028,5	10188,0	138,3	246,5	1,1	140,7
<i>c</i>	5000,0	-52,0	-188,8	-125,9	-0,6	36,7
<i>ac</i>	4975,3	6,8	212,7	183,5	0,9	78,0
<i>bc</i>	5012,5	-24,7	58,8	401,5	1,9	373,2
<i>abc</i>	5175,5	163,0	187,7	128,9	0,6	38,5

Assim, e após calculados os valores entre réplicas e dentro das réplicas e os correspondentes quadrados, é possível obter o valor de  $F_0$  através do seu quociente, dado por:

$$F_0 = \frac{MS_{Entre\ Réplicas}}{MS_{Dentro\ Réplicas}} = 5,522$$

Deste modo é possível obter a tabela ANOVA que permite concluir acerca da influência dos fatores estudados (A, B e C) na variável de resposta “peso”. Os cálculos necessários para o preenchimento da tabela 4.4 foram efetuados de acordo com o exposto no capítulo 2 acerca da metodologia relativa à Análise de Variância para vários fatores a dois níveis. A tabela 4.3 apresenta o cálculo das variáveis para o preenchimento da tabela ANOVA, bem como as equações utilizadas.

Tabela 4.3 – Equações utilizadas para o cálculo das variáveis da tabela ANOVA

Variável	Equação	Valor
$SS_T$	2.33	11082,5
$SS_{T_2}$	2.34	4483,8
$SS_{T_1}$	2.35	688,3
$SS_{Entre\ Réplicas}$	2.36	3795,5
$SS_{Desntro\ Réplicas}$	2.37	6598,6

Tabela 4.4 – Tabela ANOVA obtida para o DOE

Fonte Variação	SS	$\nu$	MS	$F_0$	$F_{Crít} (\alpha = 5\%)$	$F_{Crít} (\alpha = 10\%)$
A	20,06	1	20,064	0,211	4,085	2,835
B	1,32	1	1,322	0,014	4,085	2,835
AB	140,65	1	140,653	1,482	4,085	2,835
C	36,69	1	36,692	0,387	4,085	2,835
AC	77,95	1	77,945	0,821	4,085	2,835
BC	373,15	1	373,153	<b>3,933</b>	4,085	<b>2,835</b>
ABC	38,46	1	38,461	0,405	4,085	2,835
Entre Réplicas	3795,52	40	94,888			
Dentro Réplicas	6598,65	384	17,184			
Total	11082,5	431				

Através da análise da tabela ANOVA é possível verificar que para um nível de significância  $\alpha = 5\%$  nenhum dos fatores individuais, ou nenhuma das interações dos mesmos é significativa, deste modo, optou-se por testar os resultados obtidos para  $\alpha = 10\%$ . Assim, foi possível concluir que a interação BC é significativa, ou seja, analisando as estatísticas de teste calculadas na tabela ANOVA e o valor crítico da distribuição de Fisher consultado nas tabelas, é possível retirar conclusões relativamente à hipótese nula. Segundo a hipótese nula, se  $F_0 > F_{Crítico}$  as variâncias são significativamente diferentes logo, e analisando os valores obtidos na tabela, verifica-se que apenas a interação entre os fatores B e C apresenta variância estatisticamente diferente. Assim, é possível concluir que a apenas a interação entre o local de reincorporação de massa de aparas e os quilogramas acrescentados ao processo da mesma, influencia significativamente o peso das unidades correspondentes à referência de C70g produzidas.

Conforme mencionado anteriormente, haviam suspeitas que os fatores individuais pudessem influenciar de forma significativa o peso do pão produzido, no entanto, foi interessante constatar que apenas a interação entre dois deles é significativa, face às expectativas iniciais.

Posteriormente, foi necessário determinar quais os melhores níveis dos fatores B e C relativamente à sua interação, ou seja, qual a combinação dos níveis dos fatores em questão cuja interação permite aproximar o peso da referência C70g ao valor *target* pretendido. Os cálculos para a determinação dos melhores níveis foram efetuados através da metodologia descrita no capítulo 2, tendo sido obtidos os resultados apresentados na tabela abaixo, para um valor de *target* para o peso das unidades igual a 90g.

Tabela 4.5 – Tabela correspondente aos melhores níveis da interação BC

Combinações dos níveis dos Fatores B e C	$SumT_B + SumT_C$	Média	Valor <i>Target</i>	Diferença $M - T$
B <sup>+</sup> C <sup>+</sup>	10188,0	94,33	90,0	4,3
B <sup>+</sup> C <sup>-</sup>	10050,2	93,06	90,0	3,1
<b>B<sup>-</sup>C<sup>+</sup></b>	<b>9975,3</b>	<b>92,36</b>	<b>90,0</b>	<b>2,4</b>
B <sup>-</sup> C <sup>-</sup>	10239,0	94,81	90,0	4,8

Analisando a tabela referente aos cálculos para determinar os melhores níveis da interação BC, é possível verificar que os valores que permitem minimizar o peso da referência C70g, aproximando-a do peso *target* são o nível baixo do fator B e o nível alto do fator C. Deste modo, conclui-se que programando a linha de produção L9 para adicionar cerca de trinta quilograma de massa de aparas à massa original através do TBP é possível aproximar o peso da referência C70g ao valor nominal pretendido.

Após terem sido recolhidos os dados referentes às experiências referentes ao fatorial completo 2<sup>3</sup>, e após os cálculos da tabela ANOVA, foi realizada a respetiva análise de resíduos, visto que podem ser retiradas conclusões erradas casos os resíduos não sigam uma distribuição Normal, não passem no teste da Homogeneidade da variância e não sejam independentes. Para tal, foram calculados os resíduos dos resultados, apresentados no Anexo F, e procedeu-se à análise dos mesmos.

Para verificar o pressuposto da Normalidade, recorreu-se ao Teste Kolmogorov-Smirnov utilizando ao software Statistica, sendo que a hipótese nula corresponde ao ajustamento dos resíduos em estudo à distribuição Normal.

Recorrendo à Regra de Sturges, foi determinado o número de classes a considerar neste caso, para 432 observações:



$$k = 1 + \frac{\log(N)}{\log(2)} = 10$$

correspondendo  $N$  ao número de resíduos calculados, visto que foram recolhidas 432 unidades no total.

Para  $\alpha = 0,05$ , o valor de  $D_{Crítico}$ , obtido através da tabela apresentada no Anexo D, é dado por:

$$D_{Crítico} = \frac{0,886}{\sqrt{N}} = \frac{0,886}{\sqrt{432}} = 0,04263$$

Através do software Statistica é possível obter o valor da estatística  $d$ , sendo o valor desta dada por:

$$d = 0,03118$$

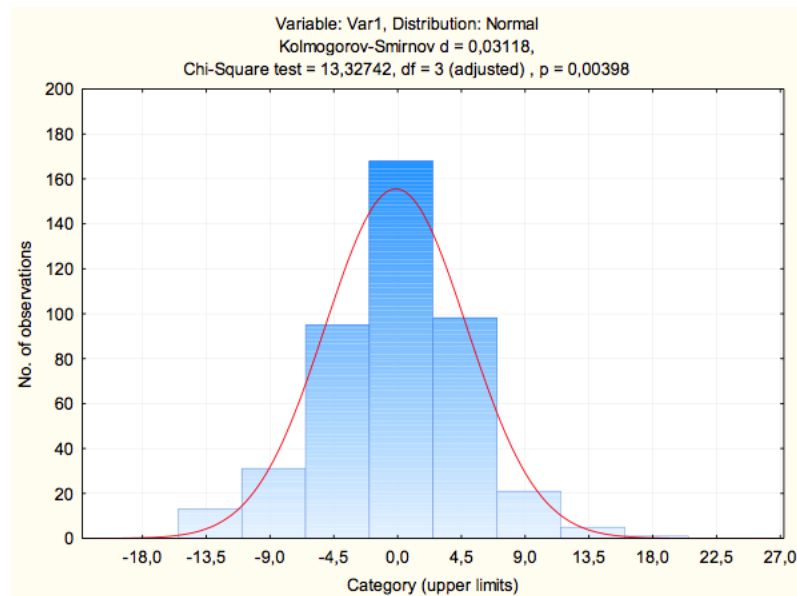


Figura 4.1 – Teste K-S aos resíduos do DOE

Deste modo, como  $d < D_{Crítico}$ , a hipótese nula não é rejeitada, logo é possível concluir que o pressuposto da Normalidade é satisfeito.

De forma a verificar o pressuposto a Homogeneidade recorreu-se ao Teste de Bartlett, executando-o no software *Excel*, de acordo com a metodologia descrita no capítulo 2, considerando as variáveis apresentadas na tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Variáveis utilizadas nos cálculos para o Teste de Bartlett

Variáveis	Valores
$m$	8
$n_i$	54
$v_i$	53
$v$	424

Recorrendo às equações apresentadas no capítulo 2, e na tabela 4.7, realizaram-se os cálculos auxiliares para o cálculo da estatística de teste  $\chi^2_B$ .

Tabela 4.7 – Cálculos auxiliares para o cálculo da estatística de teste para o Teste de Bartlett

Experiência	A	B	C	$S_i^2$	$\ln(S_i^2)$	$n_i \ln(S_i^2)$
1	-	-	-	17,06	2,83687	150,354
2	+	-	-	31,00	3,43404	182,004
3	-	+	-	21,04	3,04622	161,45
4	+	+	-	34,51	3,54116	187,682
5	-	-	+	24,60	3,20293	169,755
6	+	-	+	20,43	3,01711	159,907
7	-	+	+	17,45	2,85959	151,558
8	+	+	+	22,42	3,11008	164,834
<b>Total</b>						1327,54

Os resultados obtidos através das fórmulas apresentadas no capítulo 2 encontram-se expostos na tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Resultados obtidos para o Teste de Bartlett.

$S^2$	$\ln(S^2)$	$C$	$\chi_B^2$	$\chi_{Crítico}^2$
23,565	3,15976	1,007	12,1106	14,0671

Para os valores obtidos na recolha de dados previamente, foi obtido o valor da estatística de teste  $\chi^2_B$  e, sendo este igual a:

$$\chi^2_B = 12,111$$

Como  $\chi^2_{\alpha; m-1} = 14,067$ , é possível concluir que não existem diferenças significativas entre as variâncias das  $m$  populações.

Conforme mencionado, não foi possível realizar as experiências de forma aleatória devido a restrições inerentes às condições de teste na linha em questão, e deste modo, optou-se por replicar o fatorial seis vezes, de forma a prevenir o erro associado à possível não aleatoriedade dos dados. Tendo em consideração os resultados obtidos para os testes realizados, considera-se assim que as conclusões retiradas através da Análise de Variância realizada são válidas.

#### **4.5 Recolha de dados – Fase 1: SPC Univariado e Multivariado**

Durante o período de preparação da recolha de dados correspondente à Fase 1 do SPC Univariado e Multivariado foram também preparadas folhas de registo para cada produto, com campos de preenchimento para os valores dos limites de especificação e para os valores dos níveis dos fatores em estudo. Para cada produto foram recolhidas vinte e duas amostras, com dimensão de amostra igual a dez para ambas as características. Considerou-se que o total de unidades recolhidas, duzentas e vinte, seria suficiente para obter resultados fiáveis e ter dados suficientes de reserva caso fosse necessário excluir alguma amostra.

A ordem de recolha das amostras de cada produto para a Fase 1 foi determinada de acordo com os planos de produção existentes, não tendo sido atribuída nenhuma ordem em particular para este estudo. Deste modo, a ordem obtida para a recolha das referências foi primeiro a C70g, seguida da R270g e por fim RC270g, sendo que para a recolha de dados referente à referência C70g, foram selecionados os melhores níveis dos fatores determinados através do DOE permitem aproximar o peso das unidades ao valor *target* pretendido.

A metodologia de recolha para ambas as fases do SPC foi elaborada com o mesmo nível de detalhe do que para a recolha do DOE, tendo em consideração não só a consistência na recolha entre produtos, mas também entre tempos de recolha de tabuleiros, instrumentos de medição e material auxiliar, variabilidade das matérias-primas utilizadas no momento, condições externas que afetam a formação das unidades de pão, entre outras.

##### **4.5.1 SPC Univariado – Fase 1**

As médias e desvios padrão correspondentes às vinte e duas amostras recolhidas para os três produtos foram calculadas, sendo que será utilizada a referência RC270g para a exemplificação dos cálculos realizados para a primeira fase do SPC, tendo em consideração que a metodologia utilizada foi a mesma para as três referências.

Após calculados os valores das estatísticas amostrais, procedeu-se à Fase 1 do estudo Univariado das características “Peso” e “Comprimento” através da construção e análise de Cartas da Média,  $\bar{X}$  e Cartas do Desvio Padrão,  $S$ . Conforme mencionado previamente, a análise das referências utilizando cartas uni e multivariadas tem como objetivo não só a comparação dos resultados obtidos, mas também o estudo da sensibilidade de ambos os métodos para alterações nos processos de produção.

Para a construção das Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão foram calculados, em primeiro lugar, os respetivos valores correspondentes aos limites de controlo - linha central, limite inferior e limite superior – de acordo com a metodologia descrita no capítulo 2. Posteriormente ao cálculo dos limites e respetiva construção das cartas iniciais através do *Excel*, apresentadas no Anexo G, procedeu-se à análise das mesmas de acordo com a metodologia e regras de análise expostas no capítulo 2. Deste modo, e após a sucessiva análise e reconstrução das cartas de forma iterativa, que se encontram também apresentadas no Anexo G, obtiveram-se as cartas finais, onde todos os pontos correspondentes às amostras recolhidas se encontram dentro dos limites de controlo calculados. Apresentam-se as cartas iniciais e finais correspondentes à referência RC270g como exemplo.

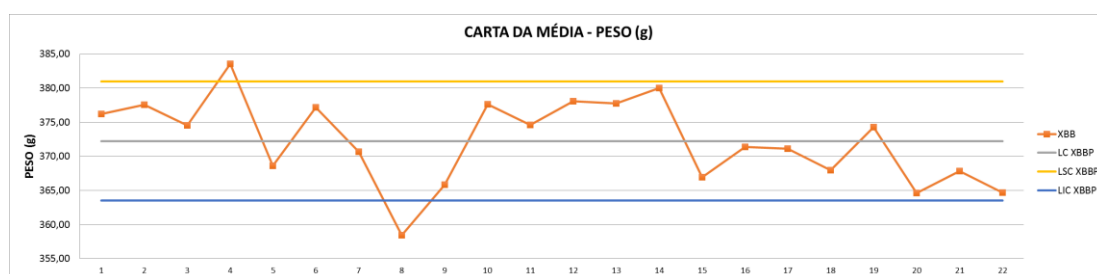


Figura 4.2 – Carta de Controlo Inicial da Média das Amostras do Peso para RC270g

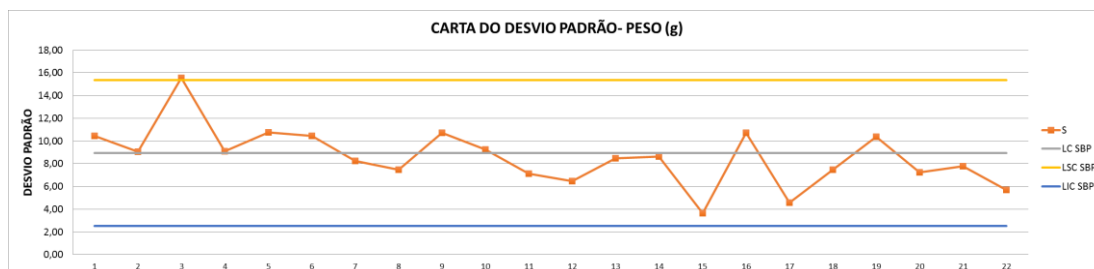


Figura 4.3 – Carta de Controlo Inicial do Desvio Padrão das Amostras do Peso para RC270g

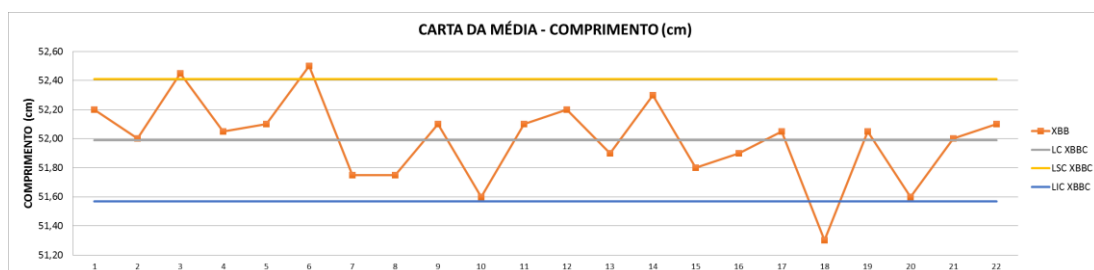


Figura 4.4 – Carta de Controlo Inicial da Média das Amostras do Comprimento para RC270g

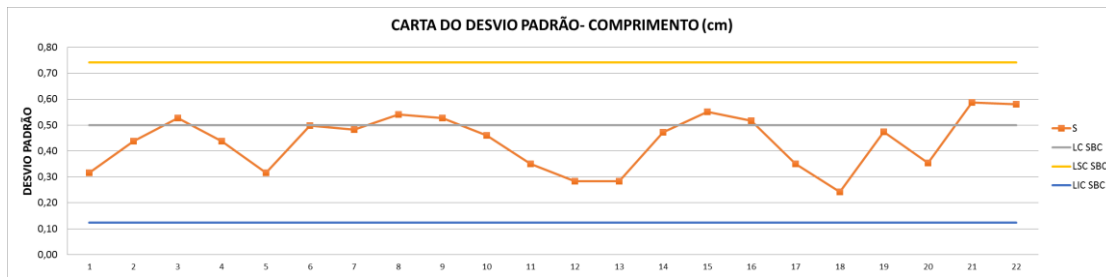


Figura 4.5 – Carta de Controle Inicial do Desvio Padrão das Amostras do Comprimento para RC270g

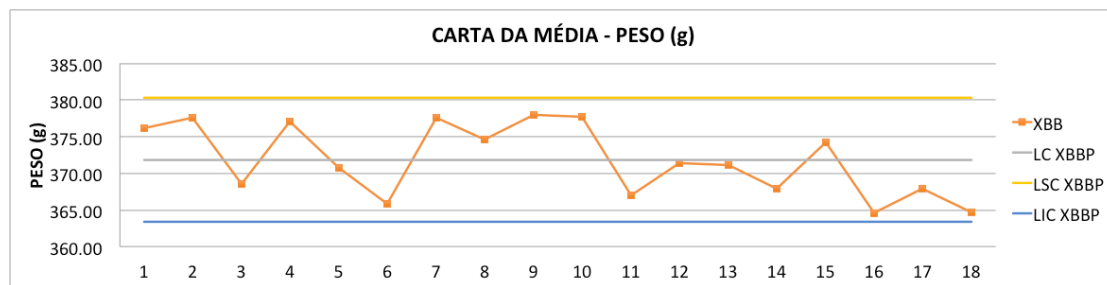


Figura 4.6 – Carta de Controle Final da Média das Amostras do Peso para RC270g

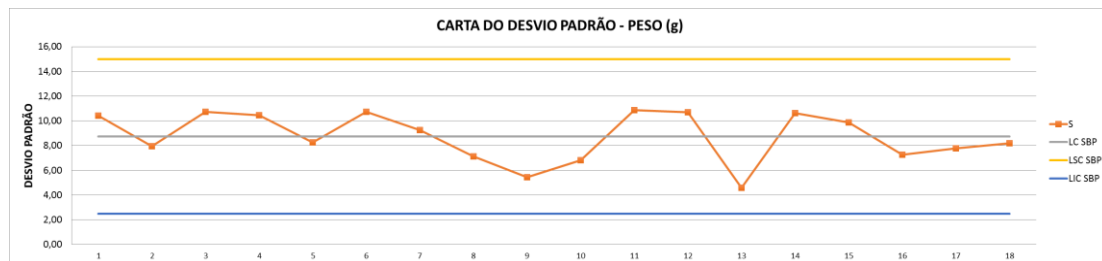


Figura 4.7 – Carta de Controle Final do Desvio Padrão das Amostras do Peso para RC270g

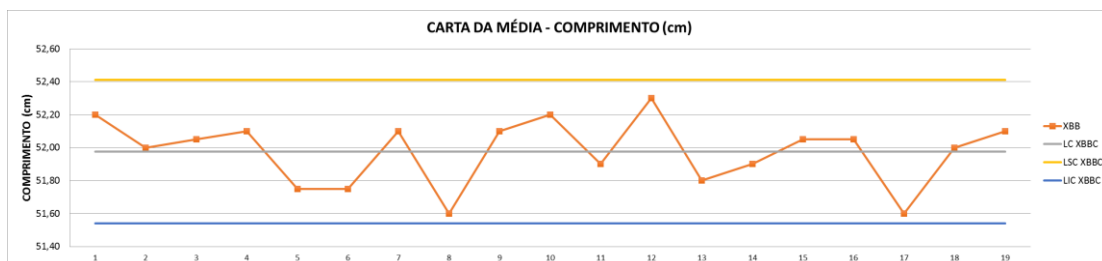


Figura 4.8 – Carta de Controle Final da Média das Amostras do Comprimento para RC270g

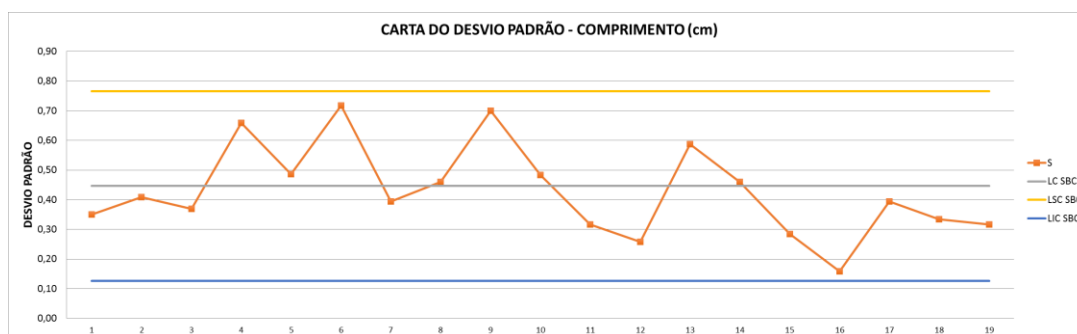


Figura 4.9 – Carta de Controle Final do Desvio Padrão das Amostras do Comprimento para RC270g

A tabela 4.9 inclui o resumo dos parâmetros estimados para as três referências para a característica “Peso” e a tabela 4.10 para a característica “Comprimento”.

Tabela 4.9 – Parâmetros e Limites das Referências em estudo após a Fase 1 do SPC Univariado para a característica “Peso”

Referência	Média - $\mu$	Desvio Padrão - $\sigma$	LIC Carta da Média	LSC Carta da Média	LIC Carta do Desvio Padrão	LSC Carta do Desvio Padrão
RC270g	371,83	8,73	363,32	380,34	2,48	14,98
R270g	359,15	6,79	352,53	365,77	1,93	11,65
C70g	89,62	3,42	86,28	92,96	0,97	5,88

Tabela 4.10 – Parâmetros e Limites das Referências em estudo após a Fase 1 do SPC Univariado para a característica “Comprimento”

Referência	Média - $\mu$	Desvio Padrão - $\sigma$	LIC Carta da Média	LSC Carta da Média	LIC Carta do Desvio Padrão	LSC Carta do Desvio Padrão
RC270g	51,98	0,45	51,54	52,41	0,13	0,77
R270g	50,25	0,44	49,83	50,68	0,12	0,75
C70g	17,08	0,32	16,77	17,39	0,09	0,55

#### 4.5.2 Tratamento de dados – Fase 1: SPC Univariado

Após retirados os dados correspondentes às amostras dos pontos fora dos limites de controle, os dados resultantes foram tratados de forma a verificar o pressuposto da Normalidade, visto ser uma característica relevante para o estudo da capacidade. Nomeadamente, foi efetuado o teste de Kolmogorov-Smirnov para testar a adaptabilidade dos dados à distribuição Normal.

Como exemplo da verificação do pressuposto mencionado, a figura 4.10 corresponde ao histograma dos dados para a referência RC70g para a característica “Peso”, sendo o valor de  $d = 0,06134$  inferior ao valor de  $D_{Crítico} = 0,066039$ , sendo assim possível concluir que a variável segue uma distribuição aproximadamente Normal.

A tabela 4.11 apresenta os resultados obtidos para o estudo da normalidade da Fase 1 para as três referências em estudo, relativamente às características “Peso” e “Comprimento”, sendo os respectivos testes efetuados no Statistica apresentados no Anexo H.

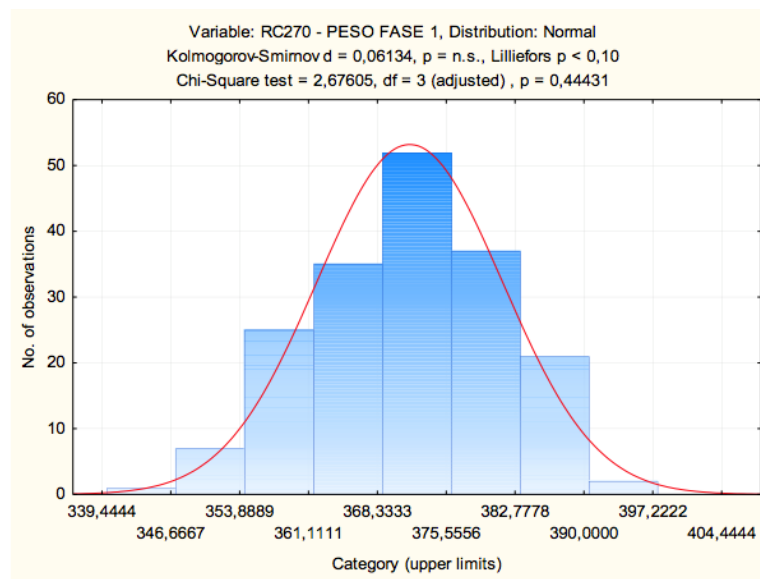


Figura 4.10 – Teste de KS para a variável “Peso” da Fase 1 para a referência RC270g

Tabela 4.11 – Resultado dos teste de Normalidade para as três referências em estudo

Referência	Característica	Normal	Não - Normal
C70g	Peso		X
	Comprimento		X
R270g	Peso	X	
	Comprimento		X
RC270g	Peso	X	
	Comprimento		X

### 4.5.3 Estudo Univariado da Capacidade

Estando os processos sob controlo estatístico na Fase 1, e recorrendo aos valores estimados para a respetiva média e desvio padrão, é possível prosseguir com o estudo da capacidade.

Os valores dos índices de capacidade foram calculados com recurso ao *software* Statistica, tendo em consideração a distribuição de cada processo, sendo apresentada a tabela 4.13 como exemplo, correspondente ao estudo da capacidade para a característica “Peso” da referência RC270g (encontrando-se no Anexo J os índices de capacidade calculados para os restantes processos em estudo).

Para o peso da referência RC270g os valores da especificação encontram-se apresentados na tabela 4.12, sendo que os valores para ambas as características das três referências se encontram apresentadas no Anexo I.

Tabela 4.12 – Especificação da característica “Peso” da referência RC270g

Valor Nominal (g)	LIE (g)	LSE (g)
370	330	410

Tabela 4.13 – Índices de Capacidade para a característica “Peso” da referência RC270g

Variable: RC270 - PESO FASE 1			
	Normal - Distrib.	Non-Nrml - Distrib.	Pearson - Curves
Lower Specification Limit	330,0000		
Nominal Specification	370,0000		
Upper Specification Limit	410,0000		
Lower Perc. Value: ,135	345,2262	348,1294	348,1796
Median (50%) Value: 50,000	371,7195	371,9709	371,9618
Upper Perc. Value: 99,865	398,2127	392,6261	392,3594
CP (potential capability)	1,5098	1,7979	1,8108
CR (capability ratio)	0,6623	0,5562	0,5522
CPK (demonstrated excellence)	1,4449	1,7604	1,7644
CPL (CP, lower)	1,5747	1,7604	1,7644
CPU (CP, upper)	1,4449	1,8411	1,8648
K (non-centering correction)	0,0430	0,0493	0,0490

Deste modo, os índices de capacidade para a variável “Peso” da referência RC270g, considerando que a variável segue uma distribuição Normal são:



Tabela 4.14 – Índices de Capacidade para a característica “Peso” da referência RC270g

$C_p$	$C_{pkS}$	$C_{pkI}$	$C_{pk}$
1,51	1,44	1,57	1,44

Analisando os valores obtidos considerando a metodologia exposta no capítulo 2, é possível concluir que o processo é capaz de produzir de acordo com as especificações definidas, mas não é centrado, visto que o valor de  $C_{pk}$  é superior a 1,33 e os valores de  $C_{pkS}$  e  $C_{pkI}$  são significativamente diferentes.

Os índices de capacidade para as duas características das três referências em estudo são apresentados na tabela 4.15, considerando-se todos os processos como capazes. Os processos associados ao peso da referência R270g e ao comprimento da referência C70g são centrados, sendo os restantes não centrados.

Tabela 4.15 – Índices de Capacidade para as características “Peso” e “Comprimento” para as três referências em estudo

<b>RC270 PESO</b>	$C_p$	$C_{pkS}$	$C_{pkI}$	$C_{pk}$
	1,51	1,44	1,57	1,44
<b>RC270 COMPRIMENTO</b>	$C_p$	$C_{pkS}$	$C_{pkI}$	$C_{pk}$
	1,46	1,64	1,33	1,33
<b>R270 PESO</b>	$C_p$	$C_{pkS}$	$C_{pkI}$	$C_{pk}$
	1,48	1,50	1,47	1,47
<b>R270 COMPRIMENTO</b>	$C_p$	$C_{pkS}$	$C_{pkI}$	$C_{pk}$
	1,58	1,79	1,46	1,46
<b>C70 PESO</b>	$C_p$	$C_{pkS}$	$C_{pkI}$	$C_{pk}$
	1,49	1,35	1,70	1,35
<b>C70 COMPRIMENTO</b>	$C_p$	$C_{pkS}$	$C_{pkI}$	$C_{pk}$
	1,43	1,43	1,43	1,43

Após o estudo da capacidade do processo, é possível prosseguir para a Fase 2 na qual o processo é monitorizado com base nos resultados obtidos na fase de controlo retrospectivo.

#### 4.5.4 SPC Multivariado – Fase 1

Para a análise dos dados recolhidos recorrendo ao controlo estatístico multivariado foram consideradas dois momentos distintos, o primeiro referente à Fase 1 na qual o processo foi controlado através de uma carta  $T^2$ , analisando 220 medições para ambas as características. O

segundo momento, correspondente à Fase 2 do SPC e após todos os cálculos relativos à Fase 1 para ambos os SPC terem sido concluídos, corresponde à monitorização do processo, igualmente através de uma carta  $T^2$ .

Assim, para a Fase 1 do SCP Multivariado considerando cartas baseadas em Médias de Amostras foi construída a carta  $T^2$ , tendo sido retiradas as amostras referentes aos pontos responsáveis por causas especiais de variação. Consequentemente, foram recalculados os novos vetores correspondentes à média e ao desvio padrão do processo e a estatística  $T^2$  com base nos mesmos, sendo assim construída a carta  $T^2$  revista. As cartas  $T^2$  iniciais encontram-se apresentadas no Anexo L.

Após a verificação que todos os pontos pertenciam ao intervalo definido pelos limites de controlo, foi possível considerar o processo como estabilizado. Como exemplo de um processo sob controlo estatístico após ter sido aplicado o método iterativo descrito, a Carta de Controlo Multivariada para a Fase 1 revista para a referência RC70g é apresentada na figura 4.11. As cartas obtidas para as duas outras referências em estudo encontram-se apresentadas no Anexo L.

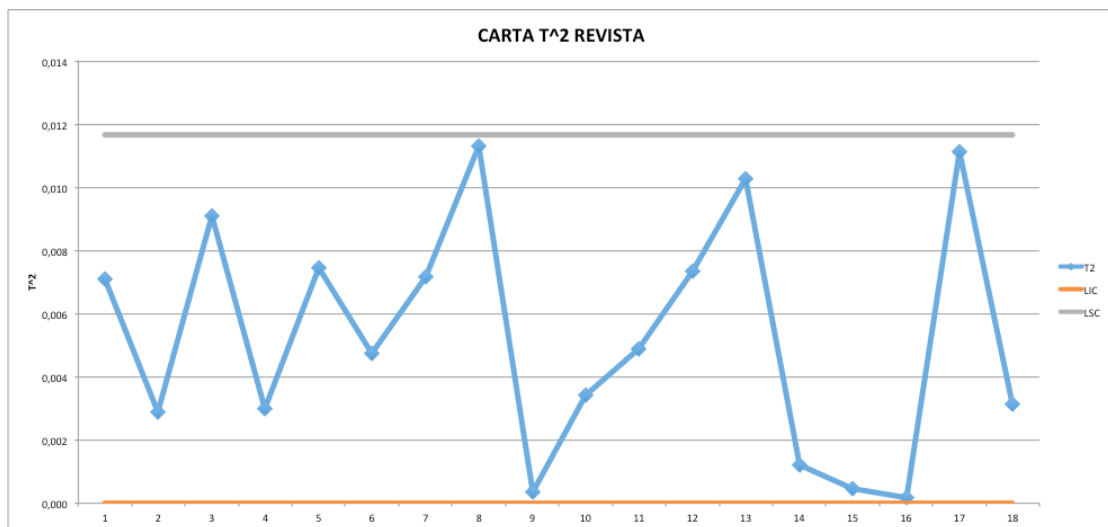


Figura 4.11 – Carta de Controlo  $T^2$  revista para RC270g

#### 4.5.5 Estudo Multivariado da Capacidade

Tal como para o estudo Univariado, após o processo ser considerado como estando estatisticamente controlado é possível estudar a capacidade do processo de produzir de acordo com as especificações, no entanto, e conforme referido no capítulo 2, no estudo Multivariado não é possível estudar a capacidade de dados não-Normais.

Após estudar a Normalidade dos dados resultantes do estudo Multivariado através do teste K-S foi possível concluir, tal como para o estudo Univariado, que os dados relativos à característica “Comprimento” não se ajustam a distribuições aproximadamente Normais sendo, portanto necessário transformar os dados.

A figura 4.12 apresenta como exemplo da situação descrita o histograma obtido através do Statistica, após retirados os dados das amostras correspondentes aos pontos fora dos limites de controlo, sendo apresentado como exemplo o histograma associado ao comprimento da referência C70g. Os histogramas para as restantes características e referências, obtidos através do software Statistica, encontram-se apresentados no Anexo M.

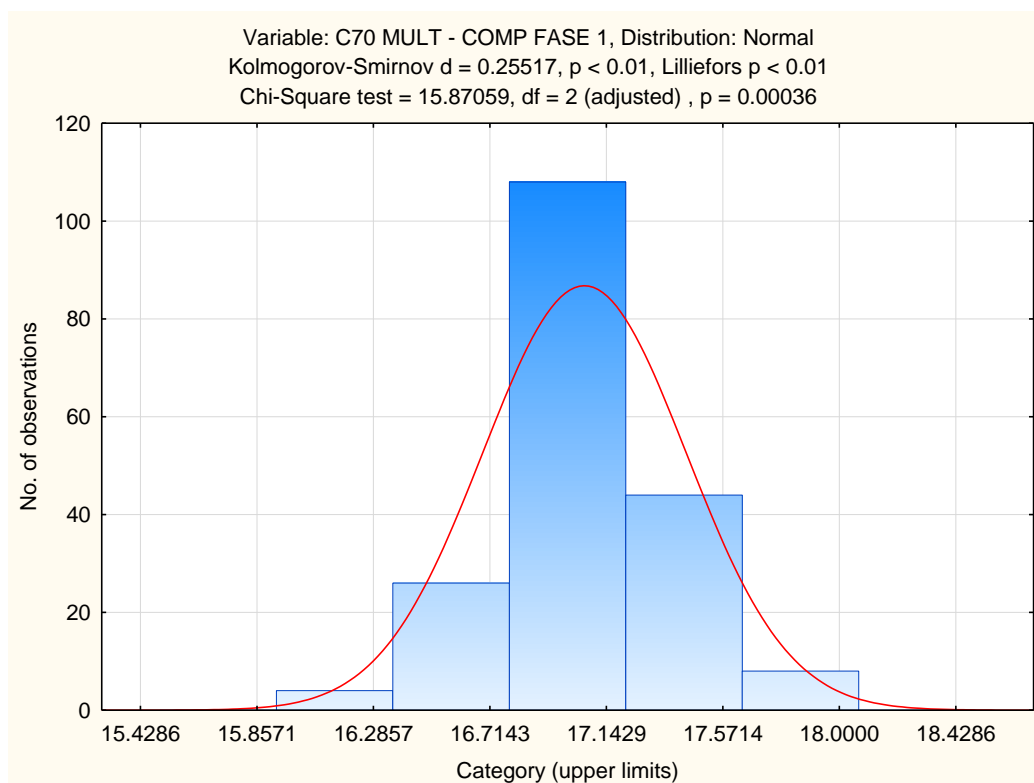


Figura 4.12 – Histograma da Característica “Comprimento” da referência C70g para o Estudo Multivariado

De forma a ser possível proceder com o estudo Multivariado da capacidade, os dados correspondentes às variáveis em causa, bem como os limites de especificação associados, foram transformados recorrendo à ferramenta estatística Action Stat. O *software* mencionado permite transformar os dados utilizando dois métodos distintos: a transformação de Box Cox e o método de Jonhson. Após transformado os dados, pelos dois métodos distintos, foi possível concluir que as transformações associadas à característica “Comprimento” não tiveram sucesso, ou seja, os dados resultantes das mesmas não se ajustaram a uma distribuição Normal.

O insucesso na transformação dos dados para a característica mencionada foi estudado em detalhe com o objetivo de compreender qual a sua origem, tendo sido identificada a causa no método de recolha dos dados. O comprimento das unidades de pão foi medido em linha com recurso ao equipamento utilizado pelos operadores de linha para o mesmo efeito, neste caso, uma fita métrica específica autorizada para entrar em contato com os empelos, de forma a respeitar as normas de segurança alimentar. O facto de ter sido utilizada uma fita métrica conduziu à recolha pouco precisa - considerando o grau de precisão necessário para este estudo - dos valores do comprimento das unidades, tendo sido, portanto obtidos dados granulados. O conceito de dados granulados implica que, neste caso, uma amostra de cerca de 200 unidades pode ser dividida por 6 ou 7 valores únicos, devido à imprecisão nas casas decimais dos valores recolhidos e à natureza dos dados associados à característica em estudo, na qual o intervalo de valores possíveis é bastante curto. A figura 4.13 representa visualmente a situação descrita, tendo o gráfico sido obtido através do software Action Stat, para a característica “Comprimento” da referência C70g. Os gráficos associados às restantes características e referências encontram-se apresentados no Anexo N.

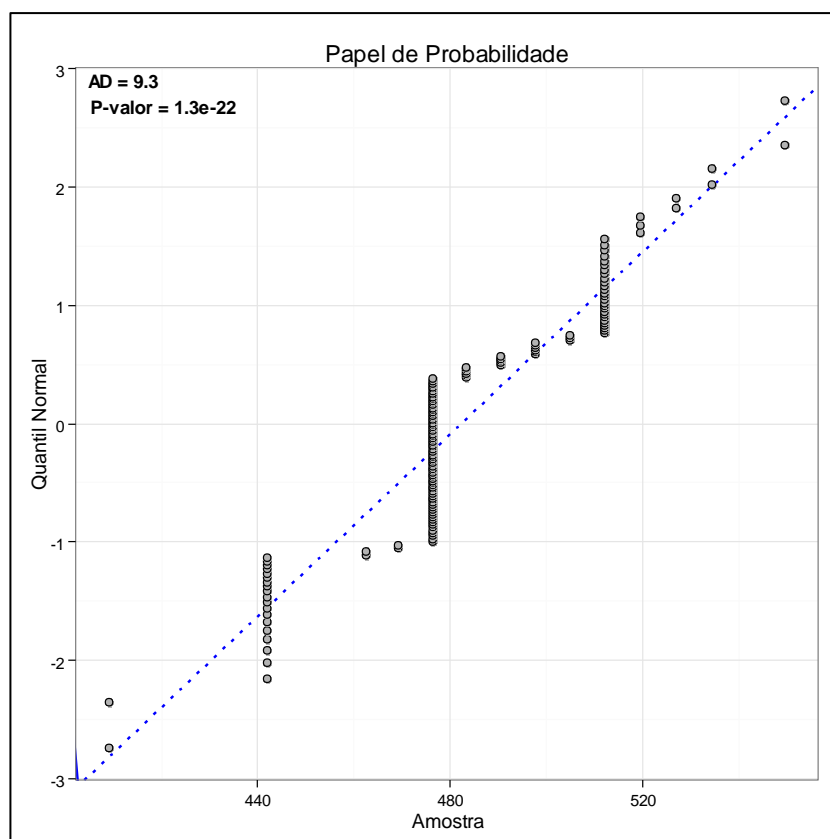


Figura 4.13 – Distribuição dos dados transformados da característica “Comprimento” da referência C70g na reta Normal, obtida através do *software* Action Stat

Caso tivesse sido possível proceder com o estudo multivariado da capacidade, ou seja, se as variáveis em questão fossem aproximadamente Normais, teria sido seguido a metodologia

descrita no capítulo 2, considerando os novos limites de especificação calculados previamente para o estudo Univariado.

#### 4.5.6 Recolha de dados – Fase 2: SPC Univariado e Multivariado

Para a Fase 2 dos estudos Univariado e Multivariado das referências em questão foi seguida a mesma metodologia utilizada para a recolha de dados correspondente à Fase 1, incluindo a ordem de recolhas das referências, o número de amostras e o número de unidades por amostra. Foram utilizados os mesmos equipamentos de medição, tendo sido reproduzidas as condições de recolha verificadas na Fase 1.

Posteriormente foi possível prosseguir com a análise dos dados, recorrendo à construção e análise das mesmas conforme a metodologia exposta no capítulo 2 e utilizada na Fase 1.

#### 4.5.7 SPC Univariado – Fase 2

Para a Fase 2 do controlo estatístico é necessário calcular os limites de controlo com base nos valores do vetor média e da matriz das covariâncias obtidos na Fase 1, sendo que a metodologia de construção e análise das Cartas de Controlo é idêntica. Os resultados obtidos, apresentados nas figuras seguintes, são analisados e comparados posteriormente ponto a ponto com os resultados obtidos para o SPC Multivariado. As cartas referentes às restantes referências encontram-se apresentadas no Anexo O.

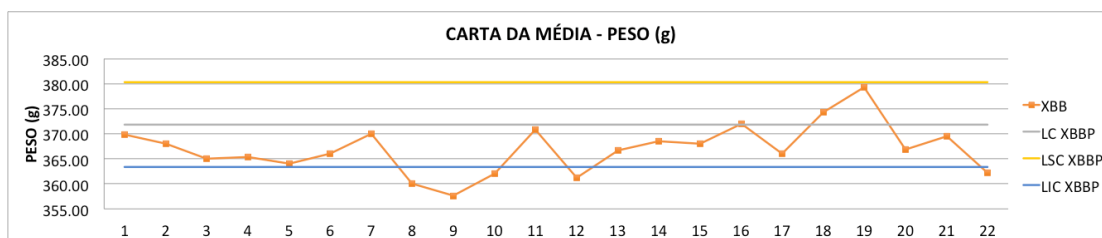


Figura 4.14 – Carta de Controlo da Média das Amostras do Peso para RC270g

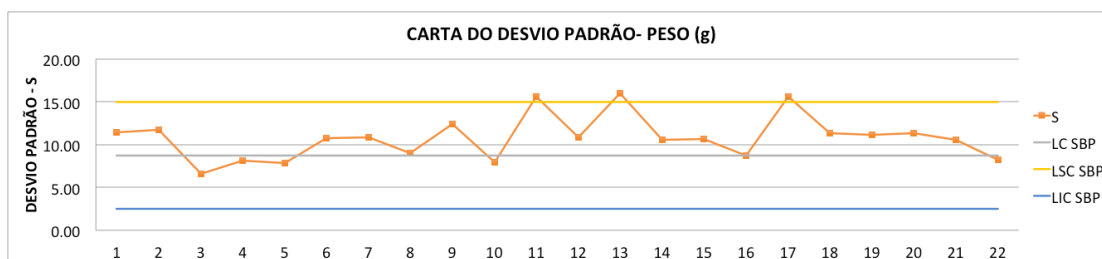


Figura 4.15 – Carta de Controlo do Desvio Padrão das Amostras do Peso para RC270g

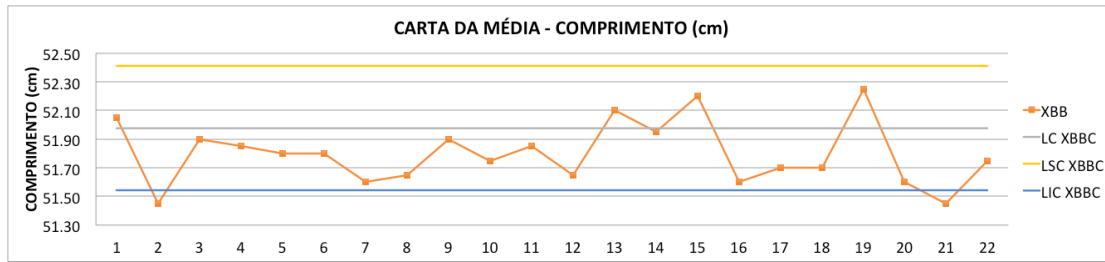


Figura 4.16 – Carta de Controlo da Média das Amostras do Comprimento para RC270g

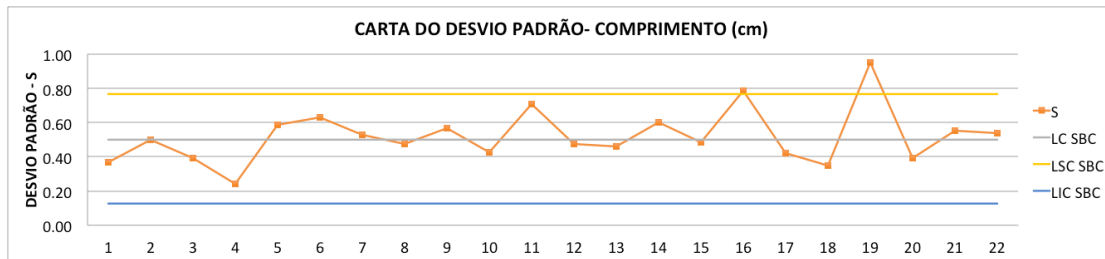


Figura 4.17 – Carta de Controlo do Desvio Padrão das Amostras do Comprimento para RC270g

Decorrente da análise das cartas apresentadas, conclui-se que existem pontos fora dos limites de controlo calculados, estando os mesmos apresentados na tabela 4.16.

Tabela 4.16– Pontos fora dos Limites de Controlo para as Cartas da Referência RC270g

Carta	Pontos fora dos Limites de Controlo
Média das Amostras $\bar{X}$ - Peso	8, 9, 10, 12, 22
Desvio Padrão das Amostras $S$ - Peso	11, 13, 17
Média das Amostras $\bar{X}$ - Comprimento	2, 21
Desvio Padrão das Amostras $S$ - Comprimento	16, 19

#### 4.5.8 SPC Multivariado – Fase 2

Considerando que a partir dos cálculos e análise efetuados na Fase 1 foi possível verificar a estabilidade do processo e estimar os seus parâmetros, o controlo do processo passa a ser realizado em tempo real. Para este caso, é necessário calcular os limites da carta  $T^2$  de acordo com as equações 2.69 e 2.70.

Após a construção da carta multivariada, sendo apresentada como exemplo a carta correspondente à referência RC270g na figura 4.13, procedeu-se à análise da mesma recorrendo à metodologia descrita no capítulo 2, sendo as duas cartas correspondentes às restantes duas características apresentadas no Anexo P. Neste caso, a análise da carta  $T^2$  envolve a deteção de causas especiais de variação, verificando para todos os pontos se  $(T^2)_k > LSC_{T^2}$  e a identificação da(s) variável(s) responsável pela(s) mesma(s).

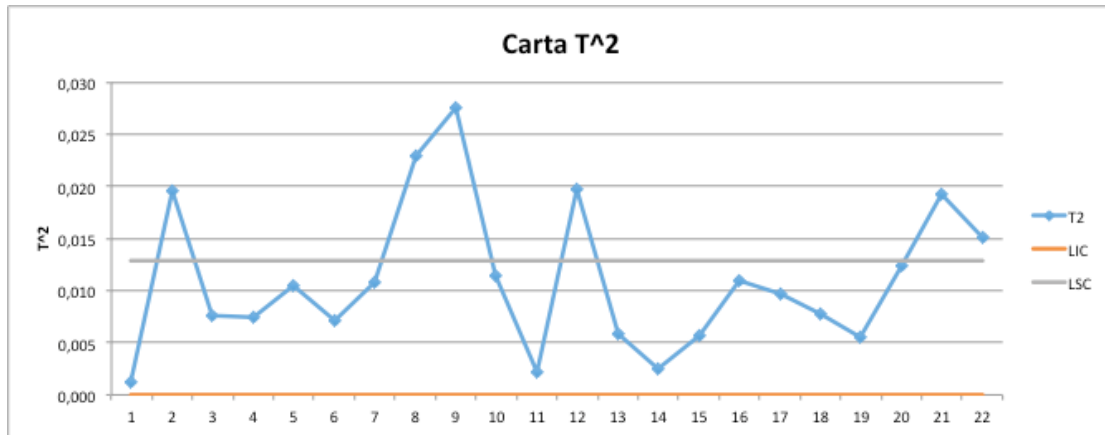


Figura 4.18 – Carta  $T^2$  para a Fase 2 da referência RC270g

Seguidamente, para a interpretação da carta multivariada, optou-se pela utilização da estatística  $d$ , visto que este método é de fácil aplicação e permite a identificação da(s) variável(s) responsável(s) pela causa de variação especial. Uma variável é identificada como responsável quando o seu valor correspondente à estatística  $d$  é superior ao valor da estatística de *Hotelling*. A tabela 4.17 apresenta os resultados obtidos relativos à estatística  $d$  para os pontos fora dos limites de controlo, sendo as tabelas relativas às restantes referências apresentadas no Anexo Q.

Tabela 4.17– Resultados obtidos para os cálculos da “Estatística  $d$ ” para a referência RC270g

Ponto	Estatística		$\chi^2_{\alpha;1}$
	$d_1 = T^2 - T^2_{(1)}$	$d_2 = T^2 - T^2_{(2)}$	
2	0,350	16,61	7,74
8	14,48	3,26	7,74
9	26,36	0,10	7,74
12	11,33	3,69	7,74
21	0,010	17,71	7,74
22	10,44	1,55	7,74

Deste modo, foi possível compreender qual a variável responsável pela causa especial de variação para cada ponto. Considerando o ponto 2, por exemplo, é possível concluir que a variável 2, neste caso o comprimento, foi a variável responsável visto que o valor de  $d_2$  é superior ao valor de  $d$  crítico - 7,74 – resultante da distribuição Qui-Quadrado com  $\alpha = 0,54\%$  com 1 grau de liberdade.

Identificadas as variáveis responsáveis pelas causas especiais de variação é possível proceder à comparação dos resultados obtidos com os resultados do SPC Univariado.

#### 4.5.9 Comparação entre o estudo Univariado e Multivariado

- Fase 1

A comparação efetuada entre os resultados obtidos para ambas as vertentes do SPC envolve verificar se os pontos fora dos limites de controlo são os mesmos.

Na Fase 1 do estudo Univariado identificaram-se os pontos fora de controlo apresentados na tabela 4.18, para a referência RC270g.

Tabela 4.18– Pontos fora dos Limites de Controlo para as Cartas da Referência RC270g na Fase 1 do estudo Univariado

Carta	Pontos fora dos Limites de Controlo
Média das Amostras $\bar{\bar{X}}$ - Peso	4, 8
Desvio Padrão das Amostras $S$ - Peso	3
Média das Amostras $\bar{\bar{X}}$ - Comprimento	3, 6, 18
Desvio Padrão das Amostras $S$ - Comprimento	-----

Relativamente ao estudo Multivariado, foram identificados como estando fora dos limites de controlo os pontos: 4, 8, 18 e 22. Assim, é possível concluir que o estudo Multivariado não detetou os pontos 3 e 6, que nas cartas Univariadas se encontra ligeiramente acima do limite superior de controlo tendo, no entanto, detetado o ponto 22, que na carta da média da característica “Peso” se encontra próximo do limite inferior de controlo.

Tendo sido utilizada a mesma metodologia de comparação para as restantes referências, os resultados obtidos encontram-se apresentados na tabela 4.19.

Tabela 4.19 – Resumo dos resultados obtidos para a Fase 1 dos estudos Uni e Multivariado para as referências RC270g, R270g e C70g

Referência	Características	Estudo Univariado – Pontos fora dos Limites de Controlo	Estudo Multivariado - Pontos fora dos Limites de Controlo
RC270g	Peso	4, 8, 3	4, 8, 18, 22
	Comprimento	3, 6, 18	
R270g	Peso	10, 12, 20, 5, 19	1, 9, 10, 12
	Comprimento	1, 9, 10	
C70g	Peso	11	3, 5, 19
	Comprimento	3, 5, 11, 19, 10, 12	



Analisando a tabela 4.19 verifica-se que para as referências R270g e C70g existem vários pontos detetados no estudo Univariado que não foram detetados no estudo Multivariado. Assim, para a Fase 1 de ambas as vertentes do SPC, é possível concluir que o estudo Univariado se demonstrou mais sensível no que diz respeito à deteção de causas especiais.

- **Fase 2**

Tal como para a Fase 1, a comparação efetuada entre os resultados obtidos envolve verificar se os pontos fora dos limites de controlo são os mesmo para ambas as vertentes do SPC, sendo que neste caso são utilizados os resultados da estatística  $d$  para identificar a variável responsável pela causa especial de variação no estudo Multivariado.

Na Fase 2 do estudo Univariado identificaram-se os pontos fora de controlo apresentados na tabela 4.20, para a referência RC270g.

Tabela 4.20– Pontos fora dos Limites de Controlo para as Cartas da Referência RC270g na Fase 2 do estudo Univariado

Carta	Pontos fora dos Limites de Controlo
Média das Amostras $\bar{\bar{X}}$ - Peso	8, 9, 10, 12, 22
Desvio Padrão das Amostras $S$ - Peso	11, 13, 17
Média das Amostras $\bar{\bar{X}}$ - Comprimento	2, 21
Desvio Padrão das Amostras $S$ - Comprimento	16, 19

Relativamente ao estudo Multivariado, foram identificados como estando fora dos limites de controlo os pontos: 2, 8, 9, 12, 21 e 22. É possível verificar que a carta de controlo Multivariada detetou todos os pontos fora de controlo identificados nas cartas das médias de ambas as características em estudo, exceto o ponto 10, detetado pela carta da média do peso no estudo Univariado.

Analisando o ponto 10, em ambas as cartas, verifica-se que o ponto se encontra significativamente próximo dos limites de controlo logo poderá ser este o motivo pelo qual não foi detetado na carta Multivariada. Neste caso, conclui-se assim que o estudo Univariado foi ligeiramente mais sensível na deteção das causas especiais do que o estudo Multivariado.

Tendo sido utilizada a mesma metodologia de comparação para as restantes referências, os resultados obtidos encontram-se apresentados na tabela 4.21.

Tabela 4.21 – Resumo dos resultados obtidos para a Fase 2 dos estudos Uni e Multivariado para as referências RC270g, R270g e C70g

Referência	Características	Estudo Univariado – Pontos fora dos Limites de Controle	Estudo Multivariado - Pontos fora dos Limites de Controle
RC270g	Peso	8, 9, 10, 12, 22	2, 8, 9, 12, 21 e 22
	Comprimento	2, 21	
R270g	Peso	5, 6, 9, 20, 21, 22	5, 6, 9, 20, 21, 22
	Comprimento	16	
C70g	Peso	3, 9, 10, 21, 22	8, 9, 10, 21, 22
	Comprimento	8, 9, 20, 21	

Analisando a tabela 4.21 verifica-se que para as referências R270g e C70g existem dois pontos que foram detetados no estudo Univariado e não no estudo Multivariado, o ponto 16 na carta do comprimento e o ponto 3 na carta referente ao peso, respetivamente. Conforme verificado para a referência RC270g, ambos os pontos identificados se encontram muito próximos dos limites de controlo nas suas cartas respetivas, logo é possível concluir que para as três referências os resultados obtidos para ambas as vertentes do SPC são semelhantes.

## Capítulo 5 - Conclusões e Sugestões

Após a aplicação do DOE à referência C70g e do SPC Uni e Multivariado aos três produtos em questão, e tendo em consideração toda a informação recolhida e analisada durante a elaboração deste estudo, foi possível tirar conclusões e propor medidas com base nas mesmas.

Conforme referido previamente, um dos objetivos deste estudo está relacionado com a transmissão de conhecimento aos membros da equipa do laboratório da empresa para que seja possível a aplicação das metodologias em questão a outras linhas de produção e referências. Deste modo, são também abordadas sugestões para a continuação da aplicação de métodos estatísticos para a melhoria dos processos da Panpor.

### 5.1. Conclusões

Durante a realização deste estudo foi possível testar a aplicabilidade e os benefícios da aplicação de métodos estatísticos para o controlo e melhoria de processos na indústria panificadora de grande escala, nomeadamente o DOE e o SPC Uni e Multivariado.

Sendo que os processos das indústrias alimentares tendem a ter uma variabilidade significativa, foi igualmente relevante compreender as motivações, os desafios as limitações da introdução de métodos científicos a processos tradicionalmente estáticos.

Esta investigação foi realizada tendo em consideração três objetivos concretos: a identificação dos fatores significativos e dos seus melhores níveis para a produção Carcaça de 70 grama, a aplicação do SPC Uni e Multivariado a três produtos distintos como introdução da equipa do laboratório da Qualidade ao controlo estatístico e a transmissão bem-sucedida do conhecimento necessário para a aplicação futura das ferramentas da qualidade aplicadas. Como consequência da implementação dos métodos estatísticos referidos, foi também possível testar a sua aplicabilidade e ajuste às questões mais relevantes da investigação durante o desenvolvimento deste trabalho.

Relativamente ao DOE, conclui-se que se trata de facto de uma metodologia com potencial de aplicação na indústria alimentar, nomeadamente na produção em larga escala. A implementação do controlo estatístico a processos tradicionalmente associados a uma variabilidade significativa, apesar de desafiante, apresenta sem dúvida benefícios. Permite, em primeira instância, compreender se os processos estão próximos de poderem ser considerados como estando sob controlo estatístico, ou se por outro lado existe ainda um esforço significativo a efetuar neste sentido. Apesar de no caso do fabrico de unidades de pão em larga escala, ser necessário ter operadores de linha com experiência o suficiente para conseguir monitorizar a qualidade e conformidade com as especificações do *output*, a implementação do controlo estatístico introduz um espírito de melhoria contínua nas equipas de produção. Foi possível verificar, por exemplo,

que a satisfação da curiosidade profissional relativamente à confirmação ou negação de hipóteses previamente elaboradas por parte dos operadores de linha, permitiu aumentar a sua motivação no que diz respeito a realizar esforços extra para garantir *outputs* com a maior qualidade possível.

No que diz respeito à transmissão do conhecimento necessário para a aplicação dos métodos estatísticos estudados, verifica-se que esta teve uma componente muito significativa durante o planeamento das experiências do DOE, bem como nas reuniões nas quais se estudou as hipóteses de implementação do SPC Uni e Multivariado. Pode-se ainda concluir relativamente à importância dos vários momentos da recolha de dados, considerando não só toda a experiência obtida durante as fases de teste, antes das aplicações “oficiais”, mas também durante as fases de reflexão face aos resultados obtidos.

Enquanto metodologia, o DOE e a sua aplicação podem ser considerados como bem-sucedidos, sendo que o resultado apesar de um pouco surpreendente face ao esperado, permitiu identificar os melhores níveis dos fatores testados, reduzindo assim o valor médio do peso da referência C70g em 2,4g, aproximando-o do valor nominal pretendido de 90g por empelo. Caso a Panpor replique os níveis dos fatores utilizados no DOE, estima-se uma redução de custos (considerando apenas a farinha utilizada visto que se trata do ingrediente mais dispendioso por unidade produzida) em cerca de 6000€/mês para uma redução de 2g por empelo.

Considera-se, no entanto, que é possível melhorar o resultado obtido, aproximando ainda mais o valor médio do peso das unidades ao valor pretendido. O resultado obtido poderia ser melhorado através da repetição da experimentação, considerando fatores suspeitos de serem significativos distintos e/ou níveis diferentes dos testados, e tendo em consideração a experiência obtida com a aplicação em linha do DOE.

Relativamente aos resultados obtidos com a aplicação de ambas as vertentes do SPC, é possível concluir de forma geral que os processos aos quais foi aplicado apresentam uma variabilidade significativa, incluindo o processo associado à referência C70g mesmo após a aplicação do DOE. Não existem dados recolhidos com as condições necessárias que o permitam provar, no entanto, segundo o testemunho das equipas da qualidade e da produção da Panpor, o processo em causa apresentava-se historicamente como um dos mais complexos de controlar e monitorizar, sendo inclusivamente esta a principal razão que motivou o estudo do DOE em primeiro lugar. Sugere-se deste modo a aplicação de vários DOE, para as referências em estudo, de forma a testar fatores que se suspeitam influenciar significativamente os processos e reduzir a variedade dos mesmos.

Posteriormente, sugere-se a aplicação do SPC, Univariado ou Multivariado, de forma a monitorizar os processos responsáveis pelas referências em questão.

Relativamente ao estudo univariado da capacidade destaca-se a capacidade dos processos de produzirem de acordo com as especificações.

Conforme referido no que diz respeito à impossibilidade de realizar o estudo multivariado da capacidade, devido à natureza dos dados obtidos para a característica “Comprimento” para as três referências, sugere-se que o processo de medição do comprimento em centímetros das unidades seja reformulado de forma a que o conjunto final não seja caracterizado como contendo “dados granulados.” Prevê-se que a medição dos empelos não poderá ser realizada em linha, sendo necessário transportar todas as unidades para o laboratório da qualidade onde poderá ser utilizado equipamento de medição mais sofisticado e preciso.

## **5.2. Sugestões de Trabalhos Futuros**

Tendo em consideração o trabalho desenvolvido no âmbito desta dissertação, e que os estudos realizados são introdutórios para a empresa no que diz respeito à aplicação de métodos estatísticos para controlo e melhoria dos seus processos, são sugeridos vários tópicos a abordar no futuro.

De uma forma geral, sugere-se que todos os processos associados às referências mais relevantes para a Panpor sejam estudados e controlados estatisticamente. Ao controlar e monitorizar a variabilidade dos processos de uma forma rigorosa, será possível

- **Aplicação do DOE às referências cujo processo se pretende melhorar/conhecer melhor**

Sugere-se que se comece por aplicar o DOE às referências que se pretenda controlar estatisticamente, no futuro. Ao aplicar o DOE, considerando em primeiro lugar os fatores que se suspeitem influenciar de forma mais significativa a característica em estudo, e repetindo o processo de forma iterativa, é possível reduzir a variabilidade dos processos antes da aplicação do SPC, o que tornará o processo de aplicação do mesmo mais eficaz.

- **Realização das experiências do DOE de forma aleatória**

No DOE aplicado no âmbito da presente dissertação não foi possível efetuar as experiências de forma aleatória devido aos riscos associados com o desperdício significativo de matéria prima e tempo. Visto que foi a primeira vez que se testaram combinações dos níveis dos fatores desta forma, as equipas da qualidade e da produção optaram por testar primeiro as combinações que em teoria seriam mais simples de implementar em linha, seguindo-se as alterações consideradas mais complexas. Considerando que após as experiências realizadas já se conhece o impacto da alteração dos níveis para alguns fatores, e que o tempo para realização das mesmas não é tão

limitado, sugere-se que as futuras experiências dos DOE aplicados sejam efetuadas de forma aleatória.

Desta forma, não será necessário replicar o fatorial mais vezes do que o teoricamente necessário, poupando-se assim recursos humanos, tempo despendido na recolha de dados e no reaproveitamento da matéria-prima retirada das linhas durante a mesma.

- **Repetição da aplicação do DOE para a referência C70g considerando fatores e/ou níveis diferentes**

Sugere-se que sejam testados outros fatores distintos dos estudados no âmbito desta dissertação, para a referência C70g, visto que se tratou da primeira iteração do DOE. Foram considerados para o DOE realizado os três fatores que se suspeitavam influenciar de forma mais significativa o peso do pão, no entanto, existem outros que poderão ser significativos, quer a nível individual quer considerando as suas interações com outros fatores. Nomeadamente, sugere-se incluir em futuros DOE, por exemplo, o tempo de repouso da massa após o processo de formação, a temperatura da massa durante o processo de formação, a velocidade de formação dos empelos na linha e o tempo de repouso na estufa.

- **Estudo do efeito da temperatura de cozedura**

Conforme mencionado previamente, sabe-se que a cozedura dos empelos produzidos influencia de forma significativa o peso do produto final, visto que os mesmos perdem cerca entre 5 a 10% (em média, relativamente aos vários tipos de pão) do seu inicial peso durante este processo. A temperatura dos fornos de cozedura é um fator complexo de estudar visto que é significativamente difícil de controlar, sendo também difícil de medir o seu efeito de forma correta e eficiente. Por exemplo, a localização das unidades nos tapetes rolantes (nas pontas ou a meio do mesmo), a posição na qual entram no forno e a sobreposição das mesmas são algumas das variáveis não-controláveis que têm impacto e que são responsáveis pela introdução de variância no processo, tornando-o assim complexo de estudar.

Assim, sugere-se que sejam estudadas formas possíveis de testar o efeito da temperatura de cozedura na característica “Peso” das unidades finais, de forma a que seja possível retirar conclusões válidas acerca da sua significância na mesma.

- **Aplicar o SPC para todas as referências produzidas**

Visto que o estudo desenvolvido foi uma introdução da empresa ao controlo estatístico de processos, sugere-se que a mesma metodologia seja aplicada a todos os processos de fabrico da empresa. Desta forma será possível proceder ao controlo e monitorização dos mesmos de forma mais eficiente, identificando e eliminando de forma iterativa as situações responsáveis pelas causas especiais de variação.

- **Estudar outras características da qualidade**

Sendo o peso das referências uma característica fundamental para a área comercial da empresa, sugere-se que se concentrem os recursos necessários para a aplicação de métodos estatísticos primeiro nesta característica, mas, quando possível, recomenda-se que sejam estudadas outras características relevantes, como por exemplo o comprimento das unidades, o grau de cozedura e o volume das mesmas.

- **Aplicar outras técnicas no futuro**

Por fim, sugere-se a aplicação de outras técnicas e/ou ferramentas da qualidade com o objetivo de reduzir a variabilidade dos processos e melhorar a sua qualidade no geral, como por exemplo a aplicação do controlo estatístico de “Pequenas Produções”.





## Referências Bibliográficas

Dora, M., Kumar, M., Van Gouberger, D., Molnar, A. & Gellynck, X. (2012). Food quality management system: reviewing assessment strategies and a feasibility study for European food small and medium-sized enterprises. *Food Control*, 31 (2), 607-616

Edith, I.N. & Ochubiojo, E.M. (2012). Food Quality Control: History, Present and Future, Scientific, Health and Social Aspects of the Food Industry, Dr. Benjamin Valdez (Ed.), *InTech*, DOI: 10.5772/33151

Garvin, D.A. (1988). *Managing Quality: The Strategic and Competitive Edge*. The Free Press, New York

Gianni, M., Gotzamani, K. & Vouzas, F. (2017). Food integrated management systems: dairy industry insights. *International Journal of Quality & Reliability Management*, Vol 34, Issue: 2, 194-215

Lim, S.A.H & Antony, J. (2015). A systematic review of statistical process control implementation in the food manufacturing industry. *Total Quality Management & Business Excellence*, DOI: 10.1080/14783363.2015.1050181

Lim, S.A.H. & Antony, J. & Albliwi, S. (2014). Statistical Process Control (SPC) in the food industry – A systematic review and future research agenda. *Trends in Food Science & Technology* 37 (2014) 137-151

Lim, S.A.H. & Antony, J. (2016). Statistical process control readiness in the food industry: Development of a self-assessment tool. *Trends in Food Science & Technology* 58 (2016) 133-139

Luning, P.A. & Marcelis W.J. (2007). A conceptual model of food quality management functions based on a techno-managerial approach. *Trends in Food Science & Technology* 18 (2007) 159-166

Montgomery, D.C. (2017). *Design and Analysis of Experiments* (9<sup>th</sup> Ed). Wiley, New York

Montgomery, D.C. (2012). *Introduction to Statistical Quality Control* (7<sup>th</sup> Ed). Wiley, New York

Neuhauser (2007). *Industry Budget 2007/2008*, Panpor S.A.

Pereira, Z.L. & Requeijo, J.G. (2012). *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos* (2<sup>a</sup> Ed). Caparica: FFCT - Fundação da Faculdade de Ciências e Tecnologia

Porter, M.E. (1998). *Competitive Strategy: Techniques for Analyzing Industries and Competitors: with a new introduction*. The Free Press, New York

Sharma, O., Gupta, V., Rathore, G., & Saini, N. (2011). Six Sigma in pharmaceutical industry and regulatory affairs: a review. *Journal of Natura*, 2, 273-293

Srikaeo, K., Furst, J.E. & Ashton, J. (2005). Characterization of wheat-based biscuit cooking process by statistical process control techniques. *Food Control*, 16 (4), 309-317

## Anexos

## Anexo A – DOE: Folha de Registro

REF - 507168 (70 g)														
				LOTE		DIAS DESCANSO		TOTAL MASSA (kg)						
LIMITES				FARINHA				H2O RECEITA (kg)						
EMPELOS	MIN (g)		MAX (g)											
	86		95											
(STANDARD)														
FACTORES CONTROLÁVEIS				NOME		NÍVEL BAIXO				NÍVEL ALTO				
TEMPO DE REPOUSO (MIN)				A		1h15 (75)				1h30 (90)				
LOCAL DE REINCORPORAÇÃO DE APARAS				B		TBP				AMASSADEIRAS				
MASSA APARAS REINCORPORADA (kg)				C		≈40				≈35				
RÉPLICA 1														
EXPERIÊNCIA	A	B	C	yi11	yi21	yi31	yi41	yi51	yi61	yi71	yi81	yi91	HORA	MÉDIA
1	-	-	-											
2	+	-	-											
3	-	+	-											
4	+	+	-											
5	-	-	+											
6	+	-	+											
7	-	+	+											
8	+	+	+											
RÉPLICA 2														
EXPERIÊNCIA	A	B	C	yi12	yi22	yi32	yi42	yi52	yi62	yi72	yi82	yi92	HORA	MÉDIA
9	-	-	-											
10	+	-	-											
11	-	+	-											
12	+	+	-											
13	-	-	+											
14	+	-	+											
15	-	+	+											
16	+	+	+											
RÉPLICA 3														
EXPERIÊNCIA	A	B	C	yi13	yi23	yi33	yi43	yi53	yi63	yi73	yi83	yi93	HORA	MÉDIA
17	-	-	-											
18	+	-	-											
19	-	+	-											
20	+	+	-											
21	-	-	+											
22	+	-	+											
23	-	+	+											
24	+	+	+											
RÉPLICA 4														
EXPERIÊNCIA	A	B	C	yi14	yi24	yi34	yi44	yi54	yi64	yi74	yi84	yi94	HORA	MÉDIA
25	-	-	-											
26	+	-	-											
27	-	+	-											
28	+	+	-											
29	-	-	+											
30	+	-	+											
31	-	+	+											
32	+	+	+											
RÉPLICA 5														
EXPERIÊNCIA	A	B	C	yi15	yi25	yi35	yi45	yi55	yi65	yi75	yi85	yi95	HORA	MÉDIA
33	-	-	-											
34	+	-	-											
35	-	+	-											
36	+	+	-											
37	-	-	+											
38	+	-	+											
39	-	+	+											
40	+	+	+											
RÉPLICA 6														
EXPERIÊNCIA	A	B	C	yi16	yi26	yi36	yi46	yi56	yi66	yi76	yi86	yi96	HORA	MÉDIA
41	-	-	-											
42	+	-	-											
43	-	+	-											
44	+	+	-											
45	-	-	+											
46	+	-	+											
47	-	+	+											
48	+	+	+											

Figura A.1 – Folha de Registro

## Anexo B – DOE: Matriz de Planeamento com Dados Recolhidos

				RÉPLICA 1									
EXPERIÊNCIA	A	B	C	yi11	yi21	yi31	yi41	yi51	yi61	yi71	yi81	yi91	HORA
1	-	-	-	95,0	89,0	94,5	91,5	94,0	100,5	96,5	100,0	92,5	9h45
2	+	-	-	98,0	94,0	92,0	92,5	96,0	97,5	98,0	102,5	89,5	15h40
3	-	+	-	93,0	92,5	96,0	98,5	99,0	97,0	91,0	88,0	88,5	12h45
4	+	+	-	113,0	94,0	93,5	92,5	90,0	90,5	94,0	98,5	94,5	12h25
5	-	-	+	93,5	85,5	94,5	91,0	89,5	89,0	88,0	95,5	95,0	12h26
6	+	-	+	100,5	90,5	92,5	89,0	87,0	86,0	86,5	92,8	91,5	10h43
7	-	+	+	96,5	90,5	95,0	94,0	87,0	84,5	88,5	87,5	83,0	15h15
8	+	+	+	96,0	97,0	104,5	105,5	102,5	92,0	95,0	92,5	90,0	13h40
				RÉPLICA 2									
EXPERIÊNCIA	A	B	C	yi12	yi22	yi32	yi42	yi52	yi62	yi72	yi82	yi92	HORA
9	-	-	-	101,5	97,0	101,0	101,0	101,0	96,5	94,0	95,0	92,5	9h50
10	+	-	-	97,5	93,0	92,0	92,5	97,0	93,0	96,5	97,0	90,0	15h45
11	-	+	-	92,2	88,5	94,0	97,0	94,0	92,0	92,5	90,5	81,5	12h50
12	+	+	-	96,5	94,5	94,5	96,0	93,5	95,0	97,0	99,0	89,0	12h30
13	-	-	+	91,0	86,0	92,0	91,0	92,0	91,5	94,0	97,5	91,5	12h31
14	+	-	+	90,5	86,5	96,5	96,0	97,5	104,5	98,5	98,5	98,5	10h48
15	-	+	+	89,0	83,0	94,0	94,5	92,0	87,5	86,5	90,5	87,5	15h20
16	+	+	+	102,5	102,0	104,0	99,0	99,0	100,5	100,0	105,0	96,0	13h45
				RÉPLICA 3									
EXPERIÊNCIA	A	B	C	yi13	yi23	yi33	yi43	yi53	yi63	yi73	yi83	yi93	HORA
17	-	-	-	98,5	93,5	97,0	95,5	90,5	93,0	94,5	92,0	88,0	9h55
18	+	-	-	91,0	83,5	85,5	82,5	86,0	82,5	82,0	94,5	92,5	15h50
19	-	+	-	91,0	83,5	88,0	89,5	97,0	93,5	89,5	94,5	86,5	12h55
20	+	+	-	91,5	84,5	92,0	94,5	90,0	82,5	81,0	90,5	84,0	12h35
21	-	-	+	97,5	88,0	99,5	94,0	96,0	93,5	93,0	90,5	86,0	12h36
22	+	-	+	90,0	80,0	90,0	92,5	88,5	92,5	93,5	92,0	93,5	10h53
23	-	+	+	96,0	94,0	93,5	92,0	93,0	93,5	93,5	97,5	92,5	15h25
24	+	+	+	96,0	95,0	92,0	95,5	89,0	91,0	95,5	91,0	88,0	13h50
				RÉPLICA 4									
EXPERIÊNCIA	A	B	C	yi14	yi24	yi34	yi44	yi54	yi64	yi74	yi84	yi94	HORA
25	-	-	-	92,5	94,0	96,0	98,5	99,5	102,0	101,0	95,0	92,0	10h00
26	+	-	-	98,0	94,5	100,0	99,5	98,0	93,5	91,0	93,0	88,0	15h55
27	-	+	-	94,0	91,5	96,0	99,0	98,0	96,5	95,5	93,0	92,0	13h00
28	+	+	-	94,0	82,0	91,5	85,0	81,5	91,0	86,5	91,0	78,5	12h40
29	-	-	+	98,5	92,5	97,5	99,5	101,5	96,0	96,5	105,5	100,0	12h41
30	+	-	+	99,0	84,5	91,5	94,5	99,5	95,0	92,0	96,5	90,5	10h58
31	-	+	+	89,0	85,5	95,0	99,5	94,0	95,0	96,5	98,5	97,5	15h30
32	+	+	+	99,0	93,5	100,5	97,0	95,0	95,0	95,0	97,5	93,0	13h55
				RÉPLICA 5									
EXPERIÊNCIA	A	B	C	yi15	yi25	yi35	yi45	yi55	yi65	yi75	yi85	yi95	HORA
33	-	-	-	92,5	87,0	97,0	100,5	95,0	93,5	93,0	93,5	93,5	10h05
34	+	-	-	107,0	101,0	101,5	97,5	96,5	97,5	98,0	103,0	98,0	16h00
35	-	+	-	100,5	93,0	100,5	97,5	98,0	93,0	93,0	87,0	80,0	13h05
36	+	+	-	106,5	99,0	104,5	101,0	96,0	94,5	95,0	99,0	92,5	12h45
37	-	-	+	86,5	78,5	86,0	87,0	88,5	91,5	88,5	91,5	89,5	12h46
38	+	-	+	91,5	92,0	92,5	97,0	93,0	91,5	91,5	93,5	91,5	11h03
39	-	+	+	101,5	92,5	93,0	93,0	94,0	93,0	94,0	100,0	93,0	15h35
40	+	+	+	92,5	84,5	96,5	94,0	86,5	91,5	93,5	96,5	90,5	14h00
				RÉPLICA 6									
EXPERIÊNCIA	A	B	C	yi16	yi26	yi36	yi46	yi56	yi66	yi76	yi86	yi96	HORA
41	-	-	-	95,5	84,5	92,5	91,0	94,0	101,5	101,0	102,5	91,5	10h10
42	+	-	-	102,0	94,0	99,0	98,5	90,5	90,0	90,0	98,0	87,5	16h05
43	-	+	-	101,0	93,5	94,5	97,5	92,5	87,5	96,0	90,0	92,5	13h10
44	+	+	-	97,0	86,5	96,0	97,0	95,5	97,0	96,0	101,0	87,5	12h50
45	-	-	+	95,5	88,5	89,5	90,0	88,5	93,0	94,5	100,5	99,0	12h51
46	+	-	+	87,5	90,0	84,5	89,5	93,5	90,5	90,5	90,0	86,5	11h08
47	-	+	+	97,0	90,0	92,0	94,0	94,0	95,0	95,0	98,0	96,5	15h40
48	+	+	+	96,5	88,0	96,0	96,5	101,0	97,5	100,5	97,0	95,0	14h05

Figura B.1 – Matriz de Planeamento com Dados Recolhidos

Anexo C – Fatores para a construção de cartas de controlo tradicionais de variáveis

Carta da Média				Carta do Desvio Padrão				Carta da Amplitudes						
Dimensão Amostra	Factores Limites Controlo			Factores Linha Central		Factores para Limites de Controlo			Factores para Limites de Controlo					
	A	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	c <sub>4</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	d <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
2	2,121	1,881	2,659	1,128	0,7979	0	3,267	0	2,606	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	1,693	0,8862	0	2,568	0	2,276	0,888	0	4,358	0	2,574
4	1,500	0,729	1,628	2,059	0,9213	0	2,266	0	2,088	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	2,326	0,9400	0	2,089	0	1,964	0,864	0	4,918	0	2,114
6	1,225	0,483	1,287	2,534	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	2,704	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	2,847	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	2,970	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	3,078	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	3,173	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	3,258	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	3,336	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	3,407	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	3,472	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	3,532	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	3,588	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	3,640	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	3,689	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	3,735	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	3,778	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	3,819	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	3,858	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	3,895	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	3,931	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Para  $n > 25$ 

$A = \frac{3}{\sqrt{n}}$  $A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}}$  $c_4 \approx \frac{4(n-1)}{4n-3}$  $B_3 = 1 - \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4}$  $B_4 = 1 + \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4}$  $B_5 = c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2}$  $B_6 = c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}$

Figura C.1 - Fatores para a construção de cartas de controlo tradicionais de variáveis

# Anexo D – Valores Críticos da Distribuição da Estatística $D_n$ (Kolmogorov–Smirnov)

Os valores tabelados correspondem aos pontos  $D_{n,\alpha}$  tais que:  $P(D_n \geq D_{n,\alpha}) = \alpha$ .

$\alpha$						$\alpha$					
n	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	n	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
1	0.900	0.95	0.975	0.990	0.995	21	0.226	0.259	0.287	0.321	0.344
2	0.684	0.776	0.842	0.900	0.929	22	0.221	0.253	0.281	0.314	0.337
3	0.565	0.636	0.708	0.785	0.829	23	0.216	0.247	0.275	0.307	0.330
4	0.493	0.565	0.624	0.689	0.734	24	0.212	0.242	0.269	0.301	0.323
5	0.447	0.509	0.563	0.627	0.669	25	0.208	0.238	0.264	0.295	0.317
6	0.410	0.468	0.519	0.577	0.617	26	0.204	0.233	0.259	0.290	0.311
7	0.381	0.436	0.483	0.538	0.576	27	0.200	0.229	0.254	0.284	0.305
8	0.358	0.410	0.454	0.407	0.542	28	0.197	0.225	0.250	0.279	0.300
9	0.339	0.387	0.430	0.480	0.513	29	0.193	0.221	0.246	0.275	0.295
10	0.323	0.369	0.409	0.457	0.489	30	0.190	0.218	0.242	0.270	0.290
11	0.308	0.352	0.391	0.437	0.468	31	0.187	0.214	0.238	0.266	0.285
12	0.296	0.338	0.375	0.419	0.449	32	0.184	0.211	0.234	0.262	0.281
13	0.285	0.325	0.361	0.404	0.432	33	0.182	0.208	0.231	0.258	0.277
14	0.275	0.314	0.349	0.390	0.418	34	0.179	0.205	0.227	0.254	0.273
15	0.266	0.304	0.338	0.377	0.404	35	0.177	0.202	0.224	0.251	0.269
16	0.258	0.295	0.327	0.366	0.392	36	0.174	0.199	0.221	0.247	0.265
17	0.250	0.286	0.318	0.355	0.381	37	0.172	0.196	0.218	0.244	0.262
18	0.244	0.279	0.309	0.346	0.371	38	0.170	0.194	0.215	0.241	0.258
19	0.237	0.271	0.301	0.337	0.361	39	0.168	0.191	0.213	0.238	0.255
20	0.232	0.265	0.294	0.329	0.352	40	0.165	0.189	0.210	0.235	0.252

Para  $n > 40$  os valores críticos de  $D_n$  podem ser aproximados pelas seguintes expressões:

$\alpha$				
0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
1.07	1.22	1.36	1.52	1.63
$\frac{1.07}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.52}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$

Figura D.1 - Valores Críticos da Distribuição da Estatística  $D_n$  (Kolmogorov–Smirnov)

## Anexo E – Distribuição da Estatística D (Lilliefors)

N	$\alpha$				
	0,20	0,15	0,10	0,05	0,01
4	0,300	0,319	0,352	0,381	0,417
5	0,285	0,299	0,315	0,337	0,405
6	0,265	0,277	0,294	0,319	0,364
7	0,247	0,258	0,276	0,300	0,348
8	0,233	0,244	0,261	0,285	0,331
9	0,223	0,233	0,249	0,271	0,311
10	0,215	0,224	0,239	0,258	0,294
11	0,206	0,217	0,230	0,249	0,284
12	0,199	0,212	0,223	0,242	0,275
13	0,190	0,202	0,214	0,234	0,268
14	0,183	0,194	0,207	0,227	0,261
15	0,177	0,187	0,201	0,220	0,257
16	0,173	0,182	0,195	0,213	0,250
17	0,169	0,177	0,189	0,206	0,245
18	0,166	0,173	0,184	0,200	0,239
19	0,163	0,169	0,179	0,195	0,235
20	0,160	0,166	0,174	0,190	0,231
25	0,149	0,153	0,165	0,180	0,203
30	0,131	0,136	0,144	0,161	0,187
> 30	$\frac{0,736}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,768}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,805}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,886}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,031}{\sqrt{n}}$

Figura E.1 - Distribuição da Estatística D (Lilliefors)

## Anexo F – DOE: Resíduos C70g

RÉPLICA 1								
yi11	yi21	yi31	yi41	yi51	yi61	yi71	yi81	yi91
0,3	-5,7	-0,2	-3,2	-0,7	5,8	1,8	5,3	-2,2
3,3	-0,7	-2,7	-2,2	1,3	2,8	3,3	7,8	-5,2
0,2	-0,3	3,2	5,7	6,2	4,2	-1,8	-4,8	-4,3
20,2	1,2	0,7	-0,3	-2,8	-2,3	1,2	5,7	1,7
0,7	-7,3	1,7	-1,8	-3,3	-3,8	-4,8	2,7	2,2
7,7	-2,3	-0,3	-3,8	-5,8	-6,8	-6,3	0,0	-1,3
1,8	-4,2	0,3	-0,7	-7,7	-10,2	-6,2	-7,2	-11,7
1,3	2,3	9,8	10,8	7,8	-2,7	0,3	-2,2	-4,7

Tabela F.1 - Réplica 1

RÉPLICA 2								
yi12	yi22	yi32	yi42	yi52	yi62	yi72	yi82	yi92
6,8	2,3	6,3	6,3	6,3	1,8	-0,7	0,3	-2,2
2,8	-1,7	-2,7	-2,2	2,3	-1,7	1,8	2,3	-4,7
-0,6	-4,3	1,2	4,2	1,2	-0,8	-0,3	-2,3	-11,3
3,7	1,7	1,7	3,2	0,7	2,2	4,2	6,2	-3,8
-1,8	-6,8	-0,8	-1,8	-0,8	-1,3	1,2	4,7	-1,3
-2,3	-6,3	3,7	3,2	4,7	11,7	5,7	5,7	5,7
-5,7	-11,7	-0,7	-0,2	-2,7	-7,2	-8,2	-4,2	-7,2
7,8	7,3	9,3	4,3	4,3	5,8	5,3	10,3	1,3

Tabela F.2- Réplica 2



RÉPLICA 3								
yi13	yi23	yi33	yi43	yi53	yi63	yi73	yi83	yi93
3,8	-1,2	2,3	0,8	-4,2	-1,7	-0,2	-2,7	-6,7
-3,7	-11,2	-9,2	-12,2	-8,7	-12,2	-12,7	-0,2	-2,2
-1,8	-9,3	-4,8	-3,3	4,2	0,7	-3,3	1,7	-6,3
-1,3	-8,3	-0,8	1,7	-2,8	-10,3	-11,8	-2,3	-8,8
4,7	-4,8	6,7	1,2	3,2	0,7	0,2	-2,3	-6,8
-2,8	-12,8	-2,8	-0,3	-4,3	-0,3	0,7	-0,8	0,7
1,3	-0,7	-1,2	-2,7	-1,7	-1,2	-1,2	2,8	-2,2
1,3	0,3	-2,7	0,8	-5,7	-3,7	0,8	-3,7	-6,7

Tabela F.3- Réplica 3

RÉPLICA 4								
yi14	yi24	yi34	yi44	yi54	yi64	yi74	yi84	yi94
-2,2	-0,7	1,3	3,8	4,8	7,3	6,3	0,3	-2,7
3,3	-0,2	5,3	4,8	3,3	-1,2	-3,7	-1,7	-6,7
1,2	-1,3	3,2	6,2	5,2	3,7	2,7	0,2	-0,8
1,2	-10,8	-1,3	-7,8	-11,3	-1,8	-6,3	-1,8	-14,3
5,7	-0,3	4,7	6,7	8,7	3,2	3,7	12,7	7,2
6,2	-8,3	-1,3	1,7	6,7	2,2	-0,8	3,7	-2,3
-5,7	-9,2	0,3	4,8	-0,7	0,3	1,8	3,8	2,8
4,3	-1,2	5,8	2,3	0,3	0,3	0,3	2,8	-1,7

Tabela F.4 - Réplica 4

RÉPLICA 5								
yi15	yi25	yi35	yi45	yi55	yi65	yi75	yi85	yi95
-2,2	-7,7	2,3	5,8	0,3	-1,2	-1,7	-1,2	-1,2
12,3	6,3	6,8	2,8	1,8	2,8	3,3	8,3	3,3
7,7	0,2	7,7	4,7	5,2	0,2	0,2	-5,8	-12,8
13,7	6,2	11,7	8,2	3,2	1,7	2,2	6,2	-0,3
-6,3	-14,3	-6,8	-5,8	-4,3	-1,3	-4,3	-1,3	-3,3
-1,3	-0,8	-0,3	4,2	0,2	-1,3	-1,3	0,7	-1,3
6,8	-2,2	-1,7	-1,7	-0,7	-1,7	-0,7	5,3	-1,7
-2,2	-10,2	1,8	-0,7	-8,2	-3,2	-1,2	1,8	-4,2

Tabela F.5 - Réplica 5

RÉPLICA 6								
yi16	yi26	yi36	yi46	yi56	yi66	yi76	yi86	yi96
0,8	-10,2	-2,2	-3,7	-0,7	6,8	6,3	7,8	-3,2
7,3	-0,7	4,3	3,8	-4,2	-4,7	-4,7	3,3	-7,2
8,2	0,7	1,7	4,7	-0,3	-5,3	3,2	-2,8	-0,3
4,2	-6,3	3,2	4,2	2,7	4,2	3,2	8,2	-5,3
2,7	-4,3	-3,3	-2,8	-4,3	0,2	1,7	7,7	6,2
-5,3	-2,8	-8,3	-3,3	0,7	-2,3	-2,3	-2,8	-6,3
2,3	-4,7	-2,7	-0,7	-0,7	0,3	0,3	3,3	1,8
1,8	-6,7	1,3	1,8	6,3	2,8	5,8	2,3	0,3

Tabela F.6 - Réplica 6

## Anexo G – SPC Univariado: Fase 1

## Referência C70g – Cartas Iniciais

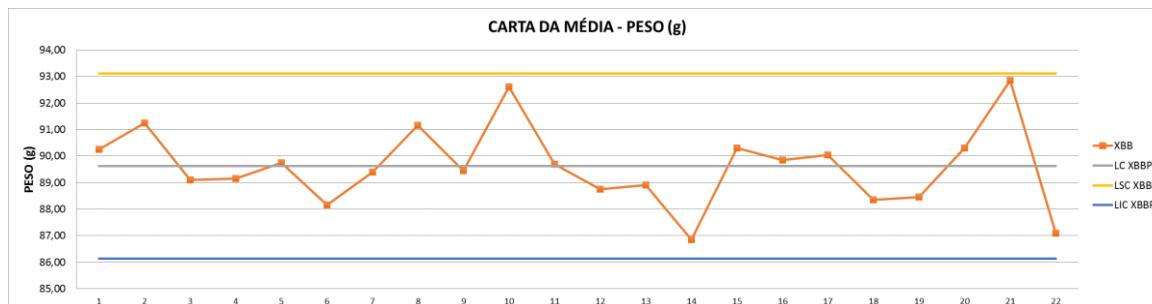


Figura G.1 – Carta de Controle Inicial da Média das Amostras do Peso para C70g

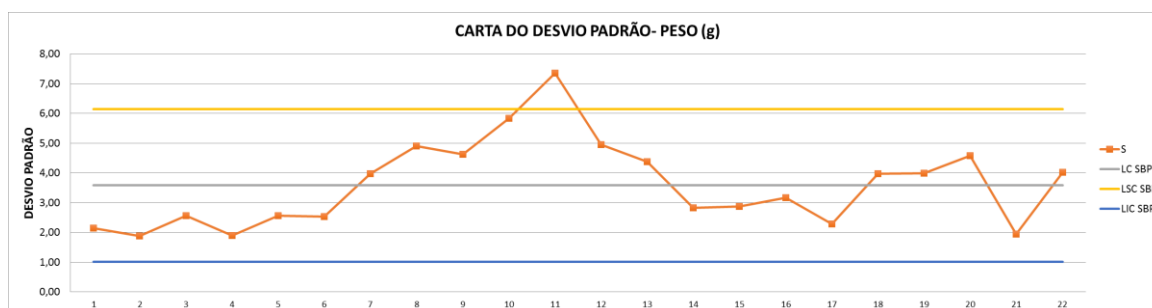


Figura G.2 – Carta de Controle Inicial do Desvio Padrão das Amostras do Peso para C70g

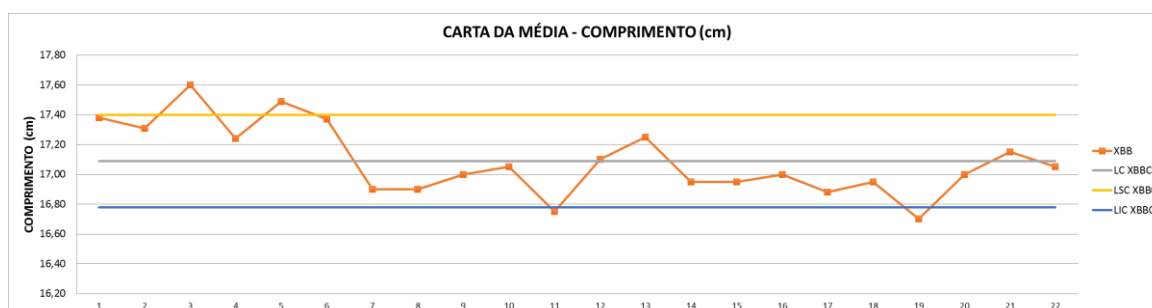
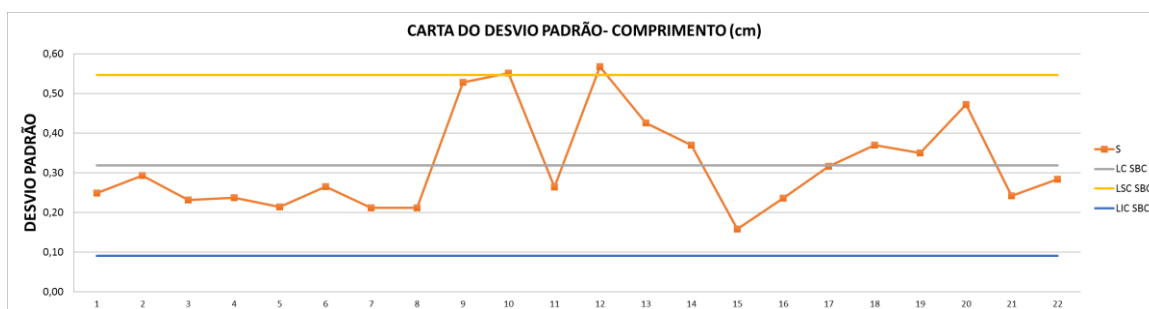
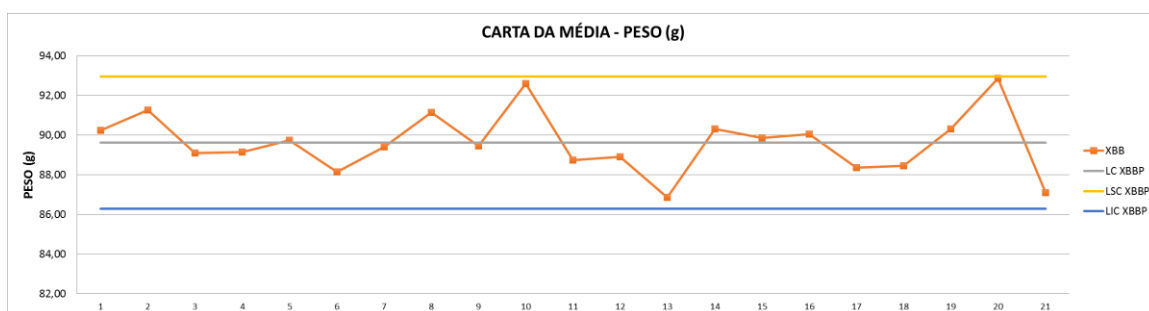


Figura G.3 – Carta de Controle Inicial da Média das Amostras do Comprimento para C70g

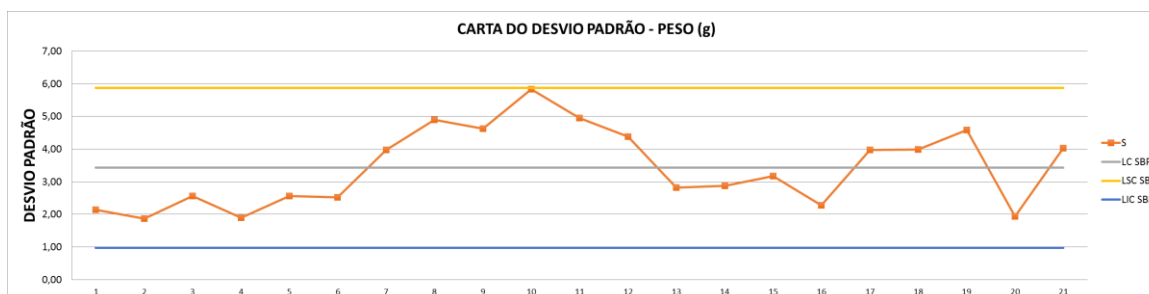


**Figura G.4 – Carta de Controle Inicial da Média das Amostras do Desvio Padrão para C70g**

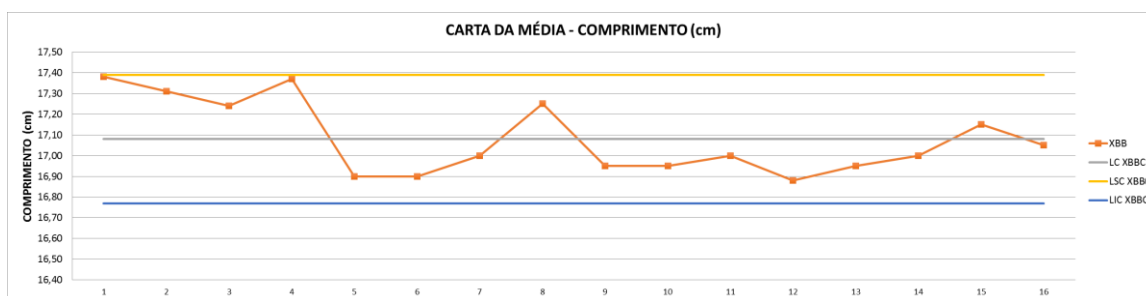
### Referência C70g – Cartas Finais



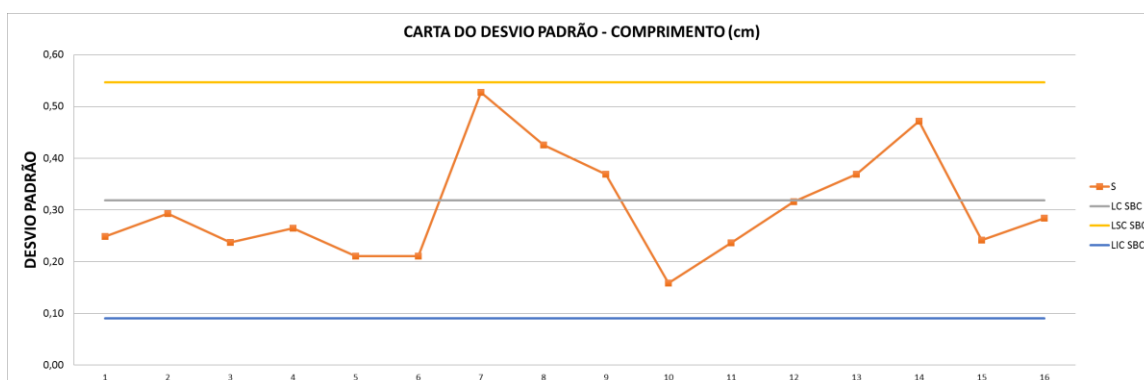
**Figura G.5 – Carta de Controle Final da Média das Amostras do Peso para C70g**



**Figura G.6 – Carta de Controle Inicial do Desvio Padrão das Amostras do Peso para C70g**

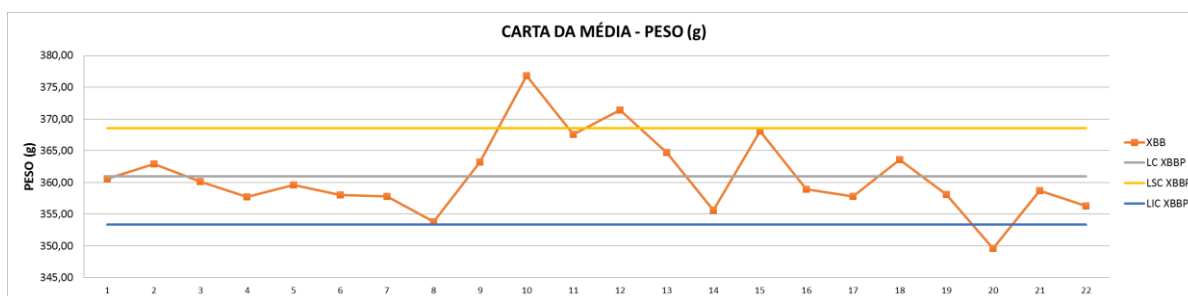


**Figura G.7 – Carta de Controle Final da Média das Amostras do Comprimento para C70g**

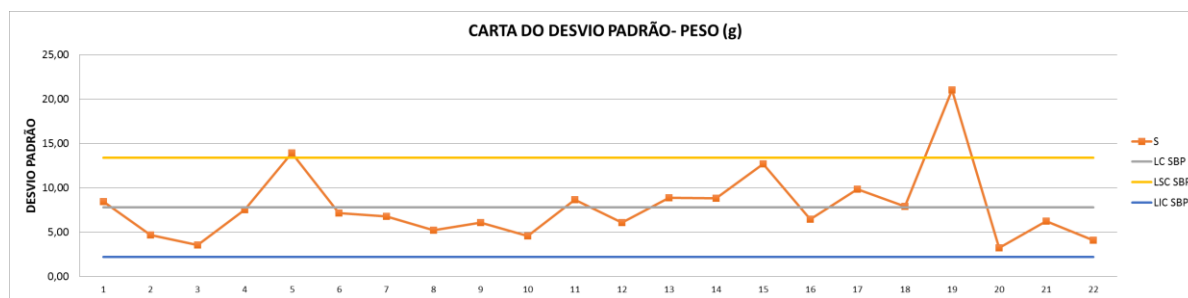


**Figura G.8 – Carta de Controle Final da Média das Amostras do Desvio Padrão para C70g**

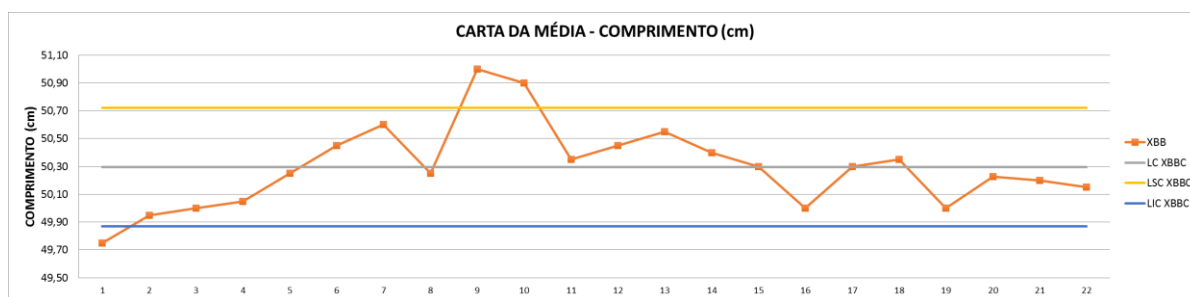
### Referência R270g – Cartas Iniciais



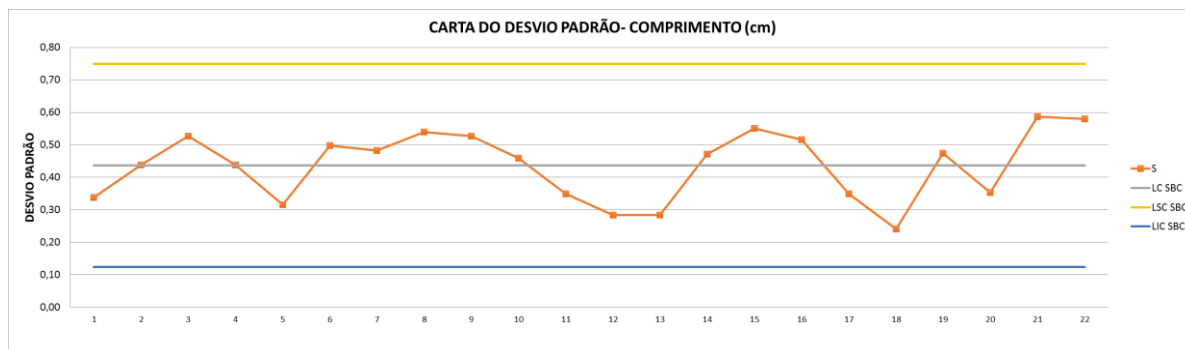
**Figura G.9 – Carta de Controle Inicial da Média das Amostras do Peso para R270g**



**Figura G.10 – Carta de Controle Inicial do Desvio Padrão das Amostras do Peso para R270g**



**Figura G.11 – Carta de Controle Inicial da Média das Amostras do Comprimento para R270g**



**Figura G.12 – Carta de Controle Inicial da Média das Amostras do Comprimento para R270g**

## Referência R270g – Cartas Finais

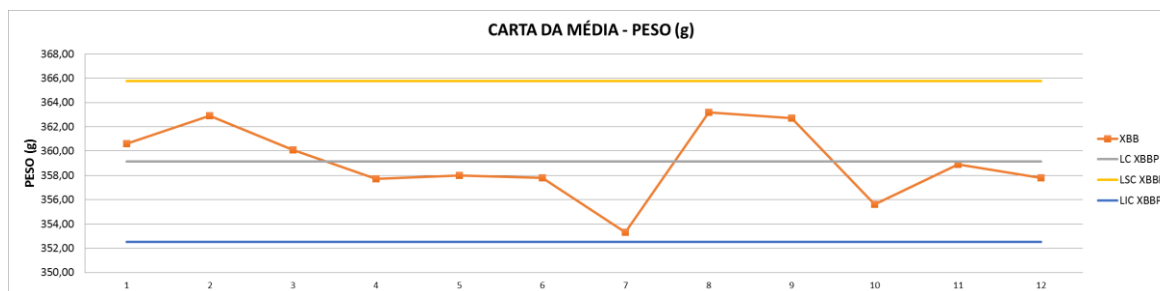


Figura G.13 – Carta de Controle Final da Média das Amostras do Peso para R270g

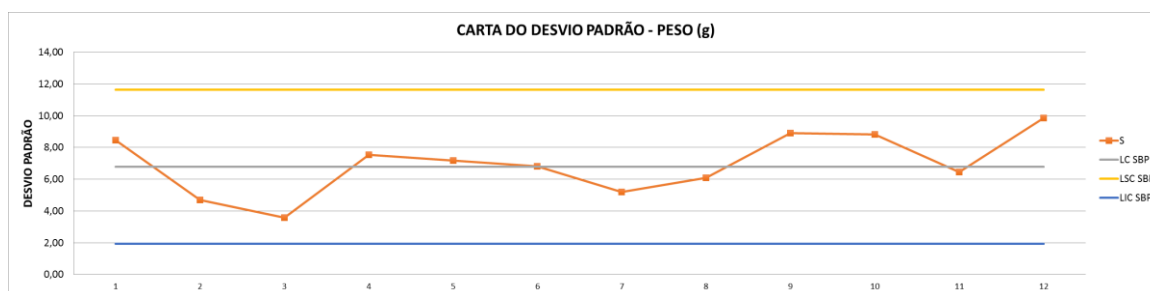


Figura G.14 – Carta de Controle Final do Desvio Padrão das Amostras do Peso para R270g

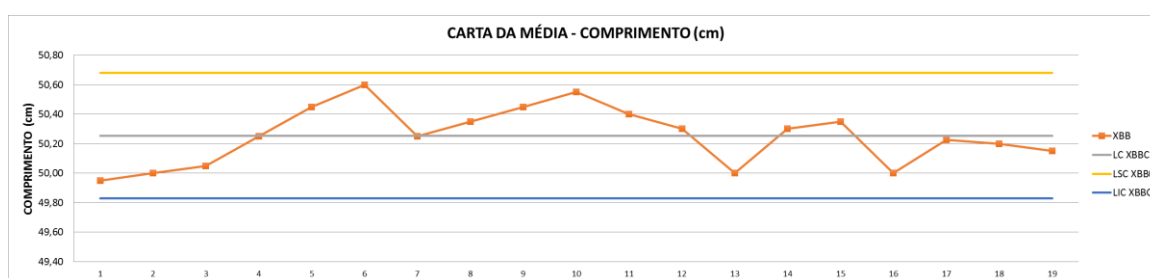
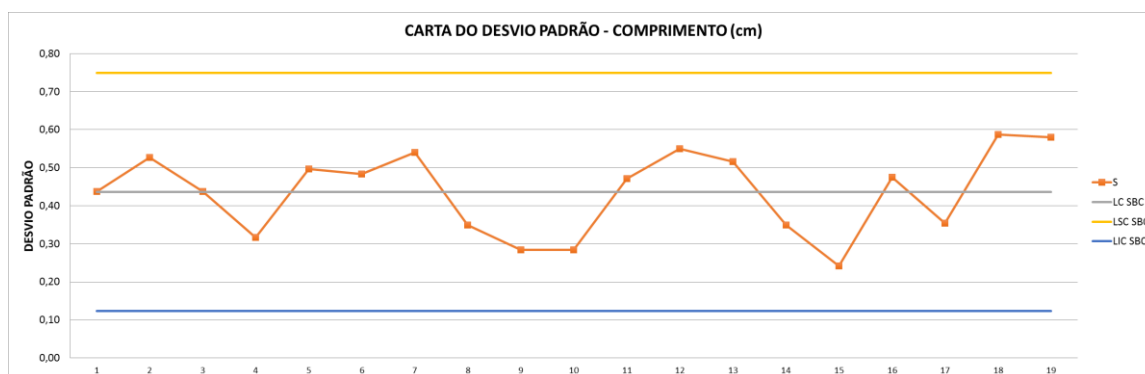


Figura G.15 – Carta de Controle Final da Média das Amostras do Comprimento para R270g



**Figura G.16 – Carta de Controle Final da Média das Amostras do Comprimento para R270g**



## Anexo H – SPC Univariado: Testes K-S Statística

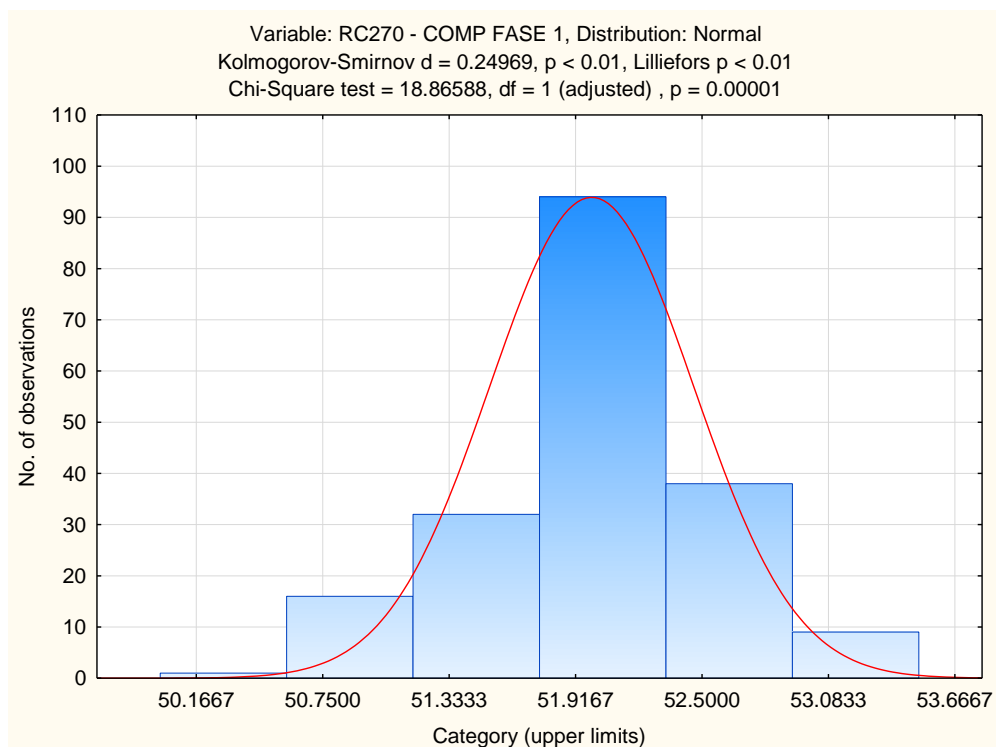


Figura H.1 – Teste de KS para a variável “Comprimento” da Fase 1 para a referência RC270g

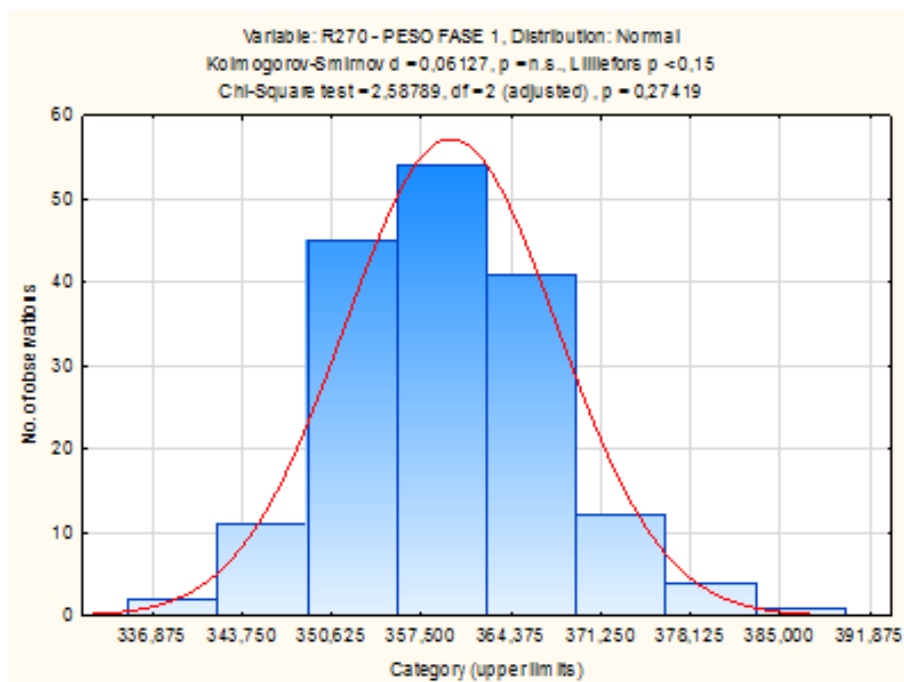
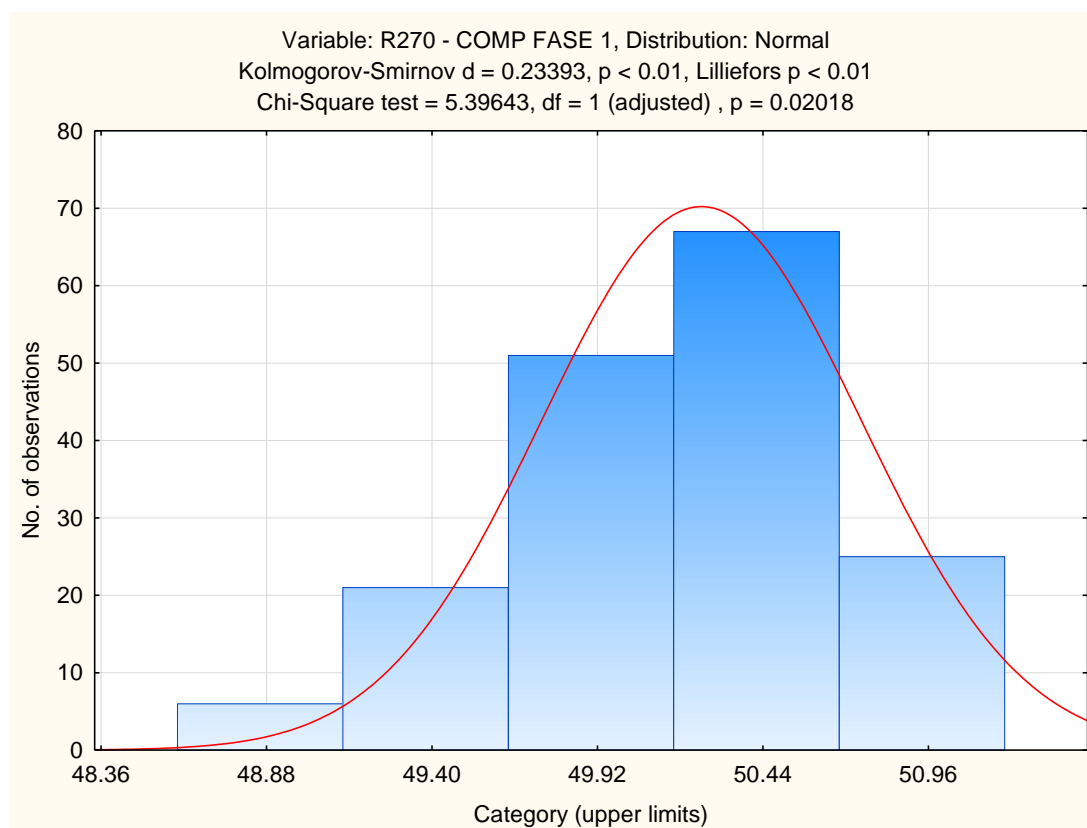
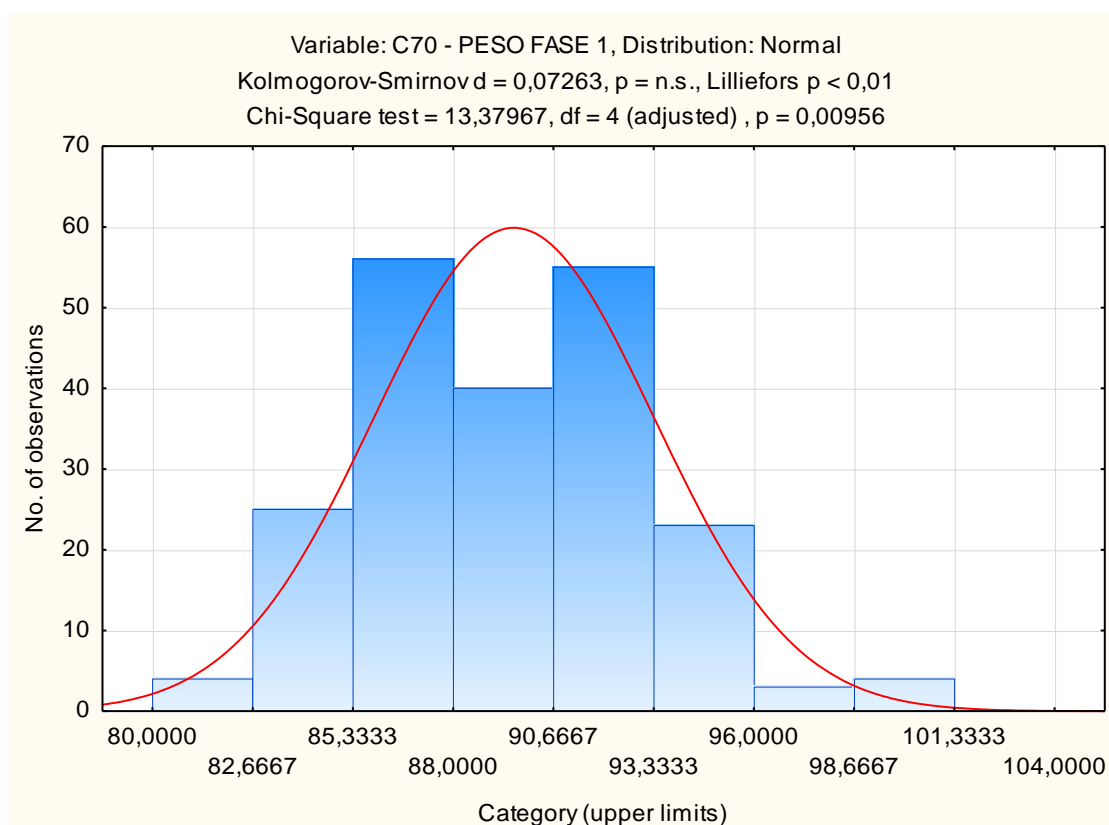
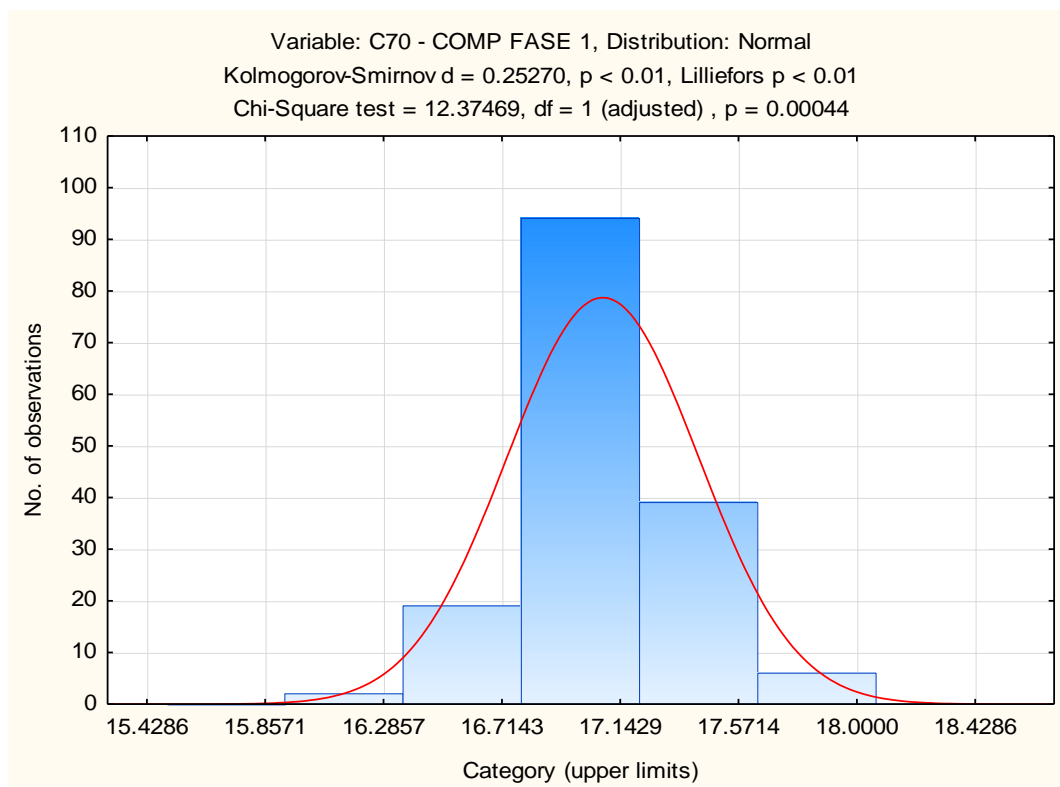


Figura H.2 – Teste de KS para a variável “Peso” da Fase 1 para a referência R270g



**Figura H.3 – Teste de KS para a variável “Comprimento” da Fase 1 para a referência R270g**



**Figura H.4 – Teste de KS para a variável “Peso” da Fase 1 para a referência C70g****Figura H.5– Teste de KS para a variável “Comprimento” da Fase 1 para a referência C70g**

**Anexo I – Especificações Técnicas para as características “Peso” e “Comprimento” para as referências em estudo**

**Tabela I.1– Especificação da característica “Peso” da referência RC270g**

<b>Valor Nominal (g)</b>	<b>LIE (g)</b>	<b>LSE (g)</b>
370	330	410

**Tabela I.2 – Especificação da característica “Comprimento” da referência RC270g**

<b>Valor Nominal (cm)</b>	<b>LIE (cm)</b>	<b>LSE (cm)</b>
52	50	54

**Tabela I.3 – Especificação da característica “Peso” da referência R270g**

<b>Valor Nominal (g)</b>	<b>LIE (g)</b>	<b>LSE (g)</b>
360	330	390

**Tabela I.4– Especificação da característica “Comprimento” da referência R270g**

<b>Valor Nominal (cm)</b>	<b>LIE (cm)</b>	<b>LSE (cm)</b>
50	48	52

**Tabela I.5 – Especificação da característica “Peso” da referência C70g**

<b>Valor Nominal (g)</b>	<b>LIE (g)</b>	<b>LSE (g)</b>
90	75	105

**Tabela I.6– Especificação da característica “Comprimento” da referência C70g**

<b>Valor Nominal (cm)</b>	<b>LIE (cm)</b>	<b>LSE (cm)</b>
17	15,5	18,5

**Anexo J – Índices de Capacidade calculados através do Statistica para as características “Peso” e “Comprimento” para as referências em estudo**

**Tabela J.1 – Índices de Capacidade para a característica “Comprimento” da referência RC270g**

Variable: RC270 - COMP FASE 1			
	Normal - Distrib.	Non-Nrml - Distrib.	Pearson - Curves
Lower Specification Limit	50,00000		
Nominal Specification	52,00000		
Upper Specification Limit	54,00000		
Lower Perc. Value: ,135	50,68631	50,48709	50,49082
Median (50%) Value: 50,000	51,99105	52,00757	52,00697
Upper Perc. Value: 99,865	53,29579	53,22318	53,21970
CP (potential capability)	1,53287	1,46194	1,46580
CR (capability ratio)	0,65237	0,68402	0,68222
CPK (demonstrated excellence)	1,52601	1,32035	1,32373
CPL (CP, lower)	1,52601	1,32035	1,32373
CPU (CP, upper)	1,53973	1,63903	1,64342
K (non-centering correction)	0,00447	0,00379	0,00349

**Tabela J.2 – Índices de Capacidade para a característica “Peso” da referência R270g**

Variable: R270 - PESO FASE 1			
	Normal - Distrib.	Non-Nrml - Distrib.	Pearson - Curves
Lower Specification Limit	330,0000		
Nominal Specification	360,0000		
Upper Specification Limit	390,0000		
Lower Perc. Value: ,135	339,5203	342,6667	342,7521
Median (50%) Value: 50,000	359,7529	359,4156	359,4180
Upper Perc. Value: 99,865	379,9856	381,7894	381,8088
CP (potential capability)	1,4828	1,5336	1,5362
CR (capability ratio)	0,6744	0,6520	0,6509
CPK (demonstrated excellence)	1,4705	1,3670	1,3658
CPL (CP, lower)	1,4705	1,7563	1,7652
CPU (CP, upper)	1,4950	1,3670	1,3658
K (non-centering correction)	0,0082	0,0195	0,0194

Tabela J.3– Índices de Capacidade para a característica “Comprimento” da referência R270g

Variable: R270 - COMP FASE 1			
	Normal - Distrib.	Non-Nrml - Distrib.	Pearson - Curves
Lower Specification Limit	48,00000		
Nominal Specification	50,00000		
Upper Specification Limit	52,00000		
Lower Perc. Value: ,135	48,79635	48,71992	48,70956
Median (50%) Value: 50,000	50,24706	50,29363	50,29221
Upper Perc. Value: 99,865	51,69777	51,24668	51,21839
CP (potential capability)	1,37864	1,58305	1,59437
CR (capability ratio)	0,72536	0,63169	0,62721
CPK (demonstrated excellence)	1,20833	1,45747	1,44833
CPL (CP, lower)	1,54894	1,45747	1,44833
CPU (CP, upper)	1,20833	1,79043	1,84392
K (non-centering correction)	0,12353	0,14681	0,14611

Tabela J.4 – Índices de Capacidade para a característica “Peso” da referência C70g

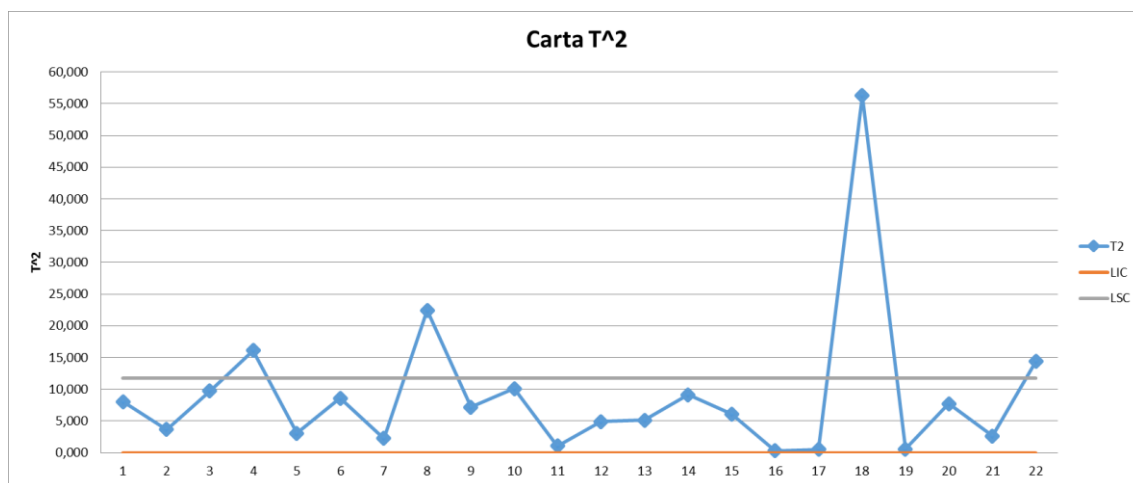
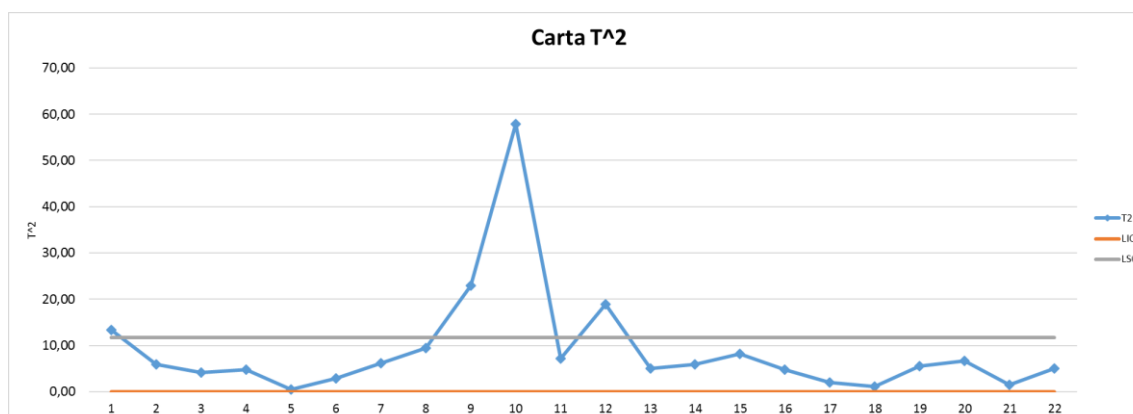
Variable: C70 - PESO FASE 1			
	Normal - Distrib.	Non-Nrml - Distrib.	Pearson - Curves
Lower Specification Limit	75,0000		
Nominal Specification	90,0000		
Upper Specification Limit	105,0000		
Lower Perc. Value: ,135	79,1245	80,9372	80,9924
Median (50%) Value: 50,000	89,6191	89,4297	89,4319
Upper Perc. Value: 99,865	100,1136	101,0060	101,0232
CP (potential capability)	1,4293	1,4949	1,4977
CR (capability ratio)	0,6996	0,6690	0,6677
CPK (demonstrated excellence)	1,3930	1,3450	1,3431
CPL (CP, lower)	1,3930	1,6991	1,7100
CPU (CP, upper)	1,4656	1,3450	1,3431
K (non-centering correction)	0,0254	0,0380	0,0379

Tabela J.5 – Índices de Capacidade para a característica “Comprimento” da referência C70g

Variable: C70 - COMP FASE 1			
	Normal - Distrib.	Non-Nrml - Distrib.	Pearson - Curves
Lower Specification Limit	15,50000		
Nominal Specification	17,00000		
Upper Specification Limit	18,50000		
Lower Perc. Value: ,135	16,14873	15,97714	15,97793
Median (50%) Value: 50,000	17,08000	17,08644	17,08603
Upper Perc. Value: 99,865	18,01127	18,07247	18,05032
CP (potential capability)	1,61070	1,43176	1,44760
CR (capability ratio)	0,62085	0,69844	0,69080
CPK (demonstrated excellence)	1,52479	1,43013	1,43130
CPL (CP, lower)	1,69660	1,43013	1,43130
CPU (CP, upper)	1,52479	1,43359	1,46634
K (non-centering correction)	0,05333	0,05762	0,05735

## Anexo L – SPC Multivariado: Fase 1

## Cartas Iniciais

Figura L.1 – Carta de Controle Inicial  $T^2$  para a referência RC270gFigura L.2 – Carta de Controle Inicial  $T^2$  para a referência R270g



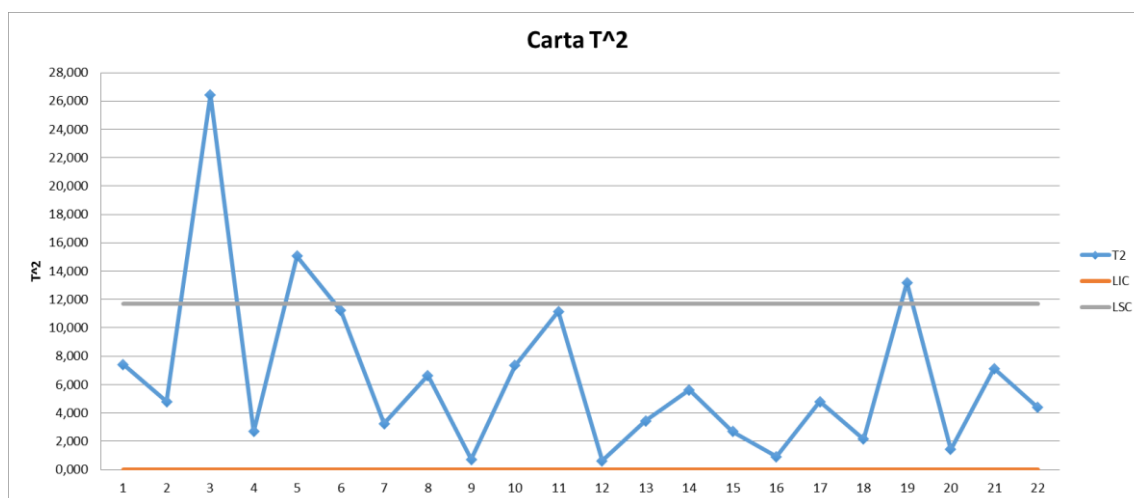


Figura L.3 – Carta de Controle Inicial  $T^2$  para a referência C70g

### Cartas Revistas

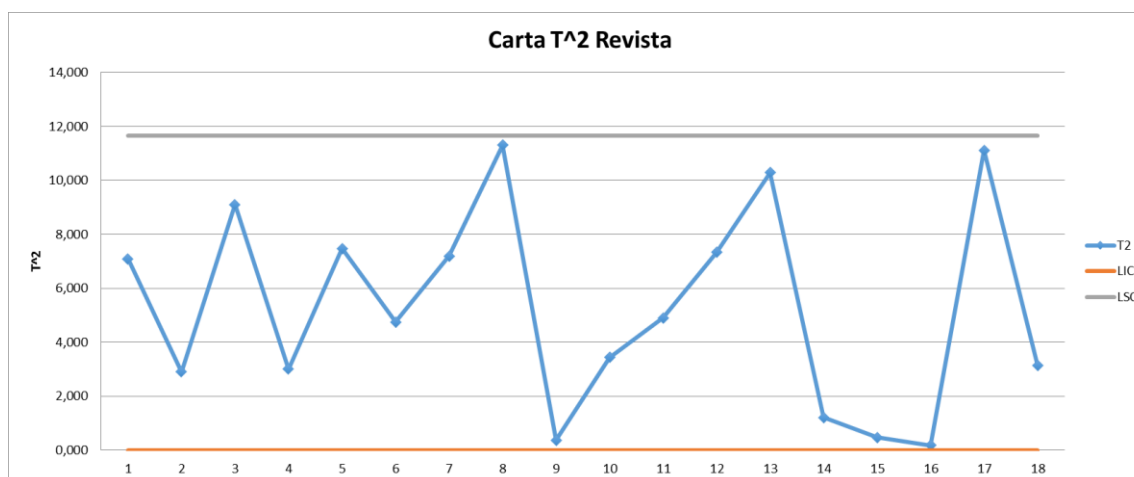


Figura L.4 – Carta de Controle Revista  $T^2$  para a referência RC270g

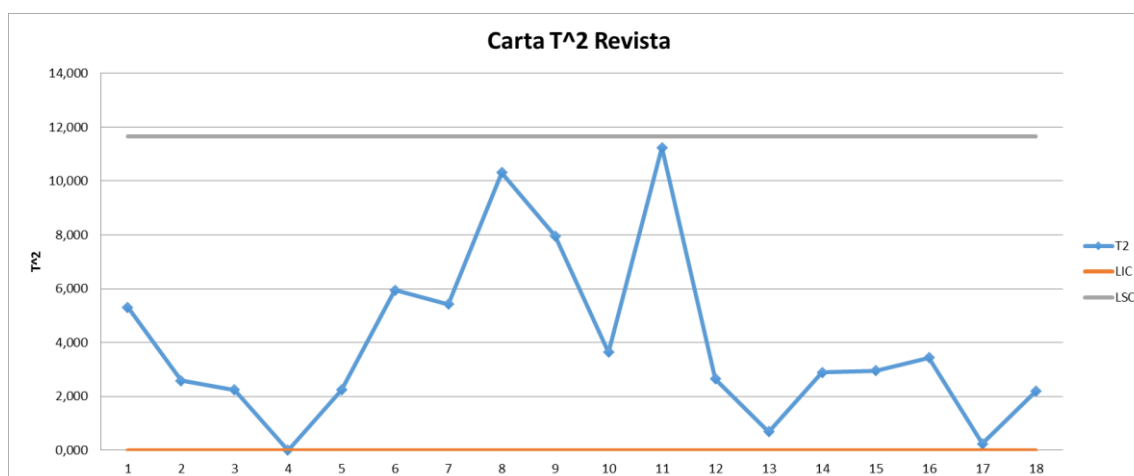
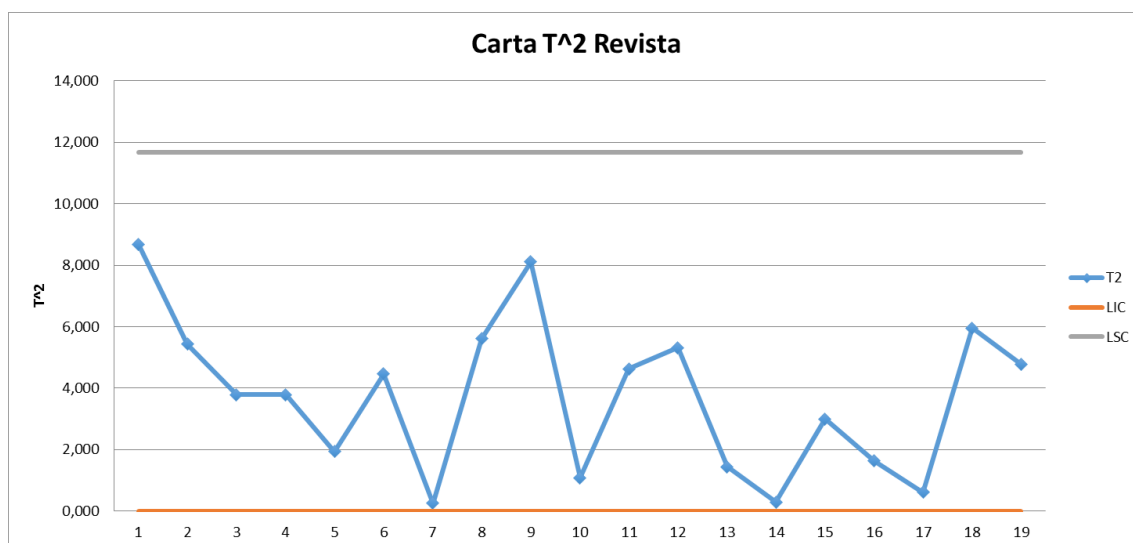


Figura L.5 – Carta de Controle Revista  $T^2$  para a referência R270g



**Figura L.6 – Carta de Controle Revista  $T^2$  para a referência C70g**

### Anexo M – SPC Multivariado: Testes KS Statística

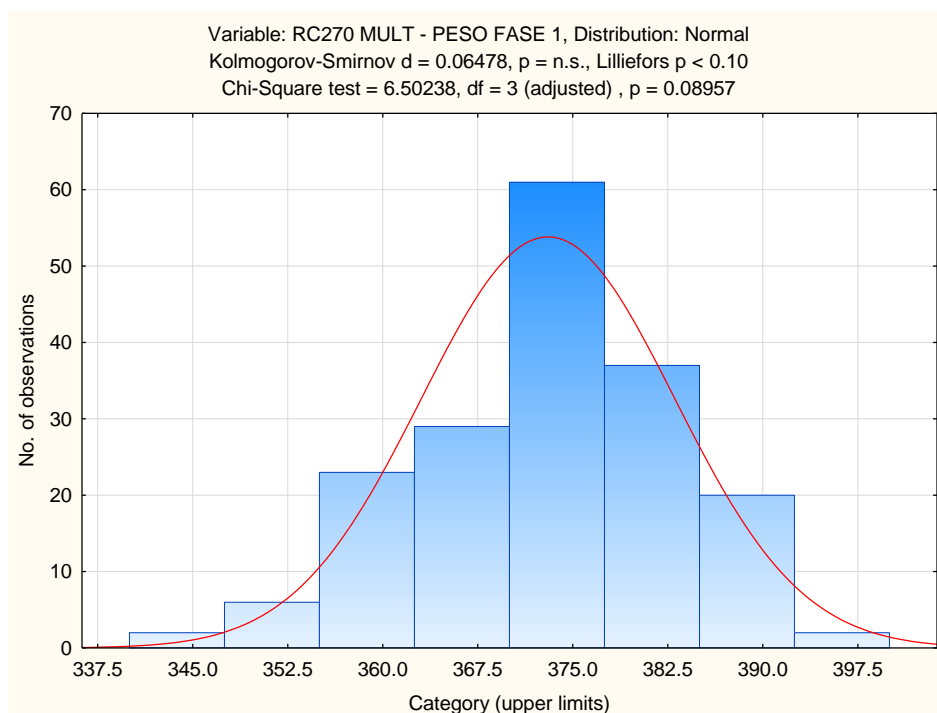


Figura M.1 – Teste de KS para a variável “Peso” da Fase 1 para a referência RC70g

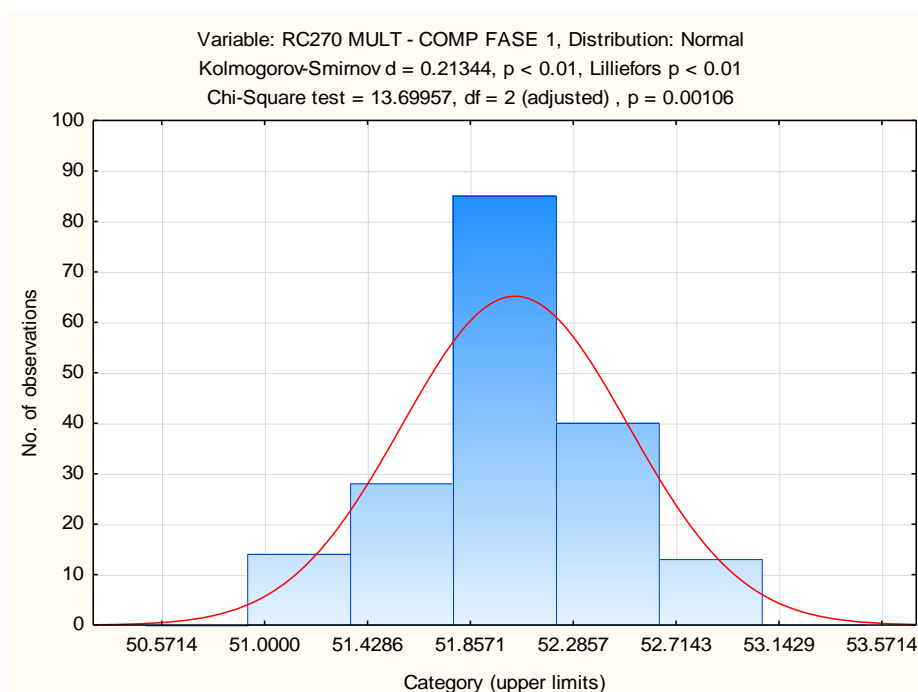
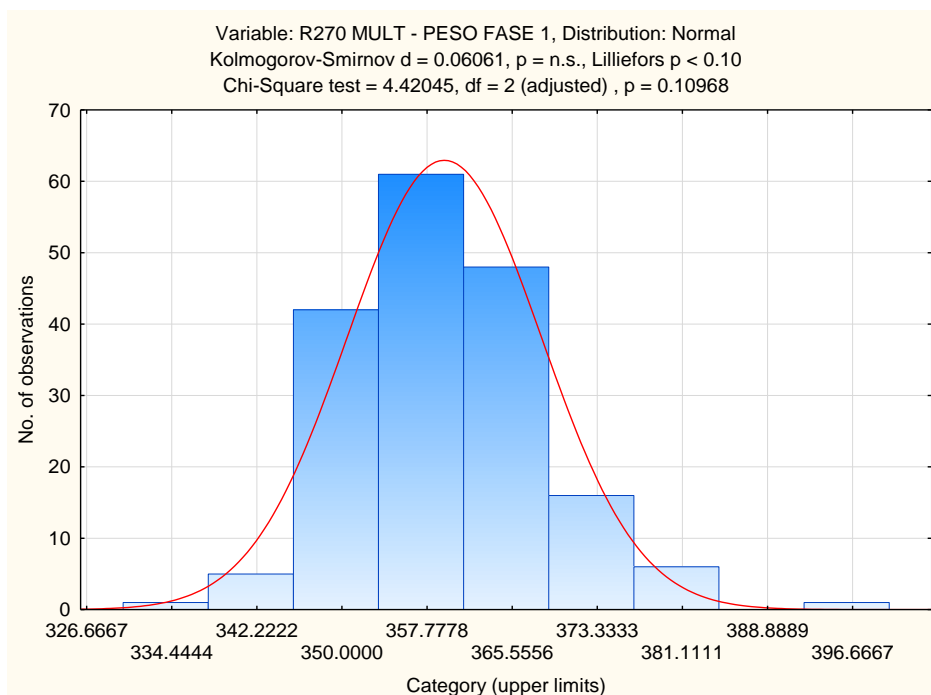
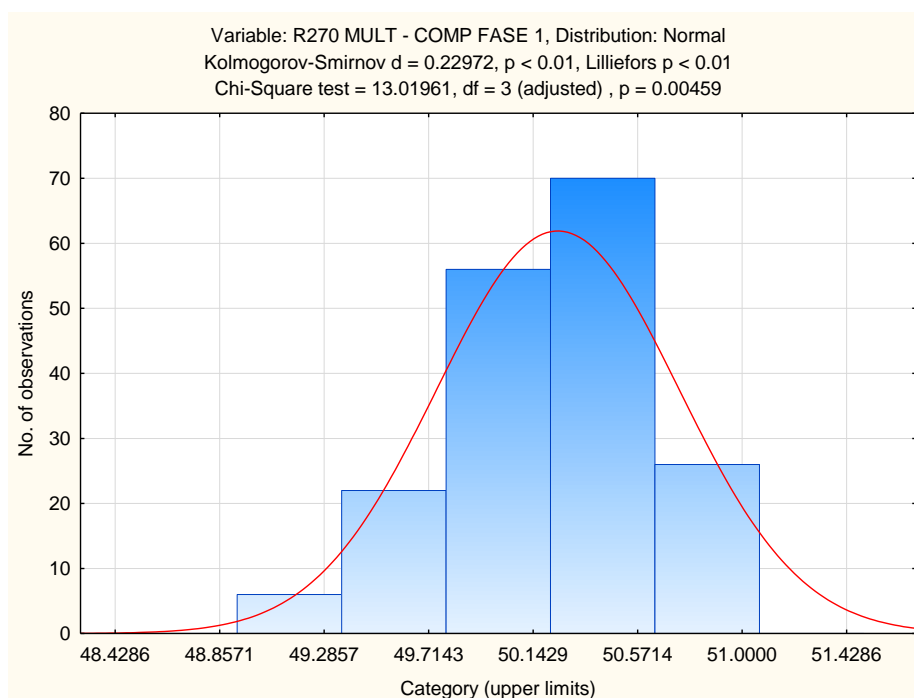


Figura M.2 – Teste de KS para a variável “Comprimento” da Fase 1 para a referência RC270g



**Figura M.3 – Teste de KS para a variável “Peso” da Fase 1 para a referência R270g**



**Figura M.4 – Teste de KS para a variável “Comprimento” da Fase 1 para a referência R270g**

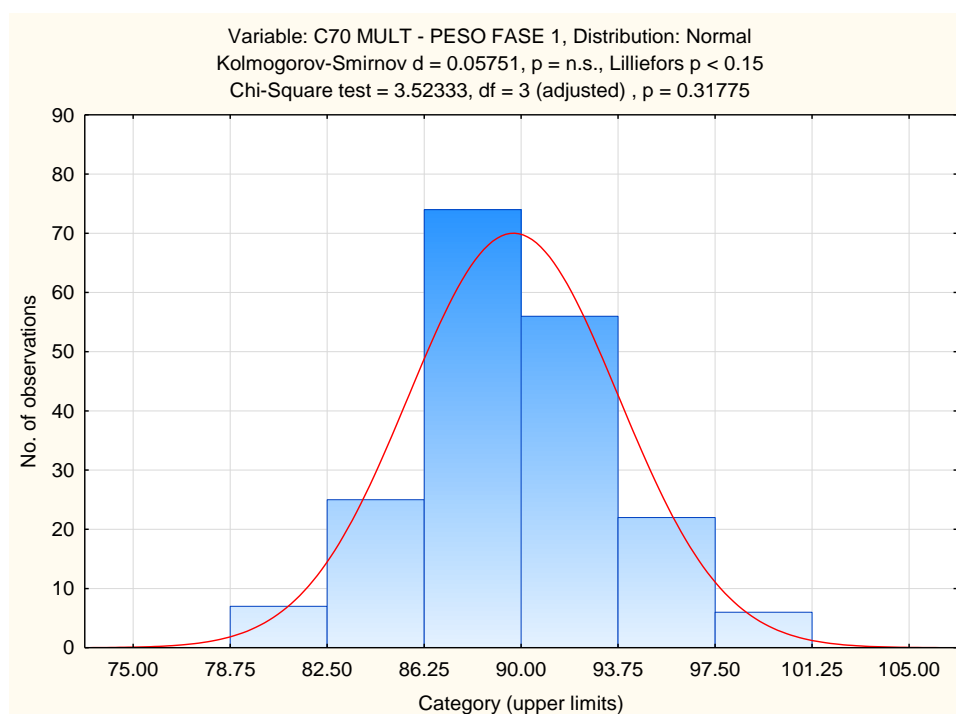
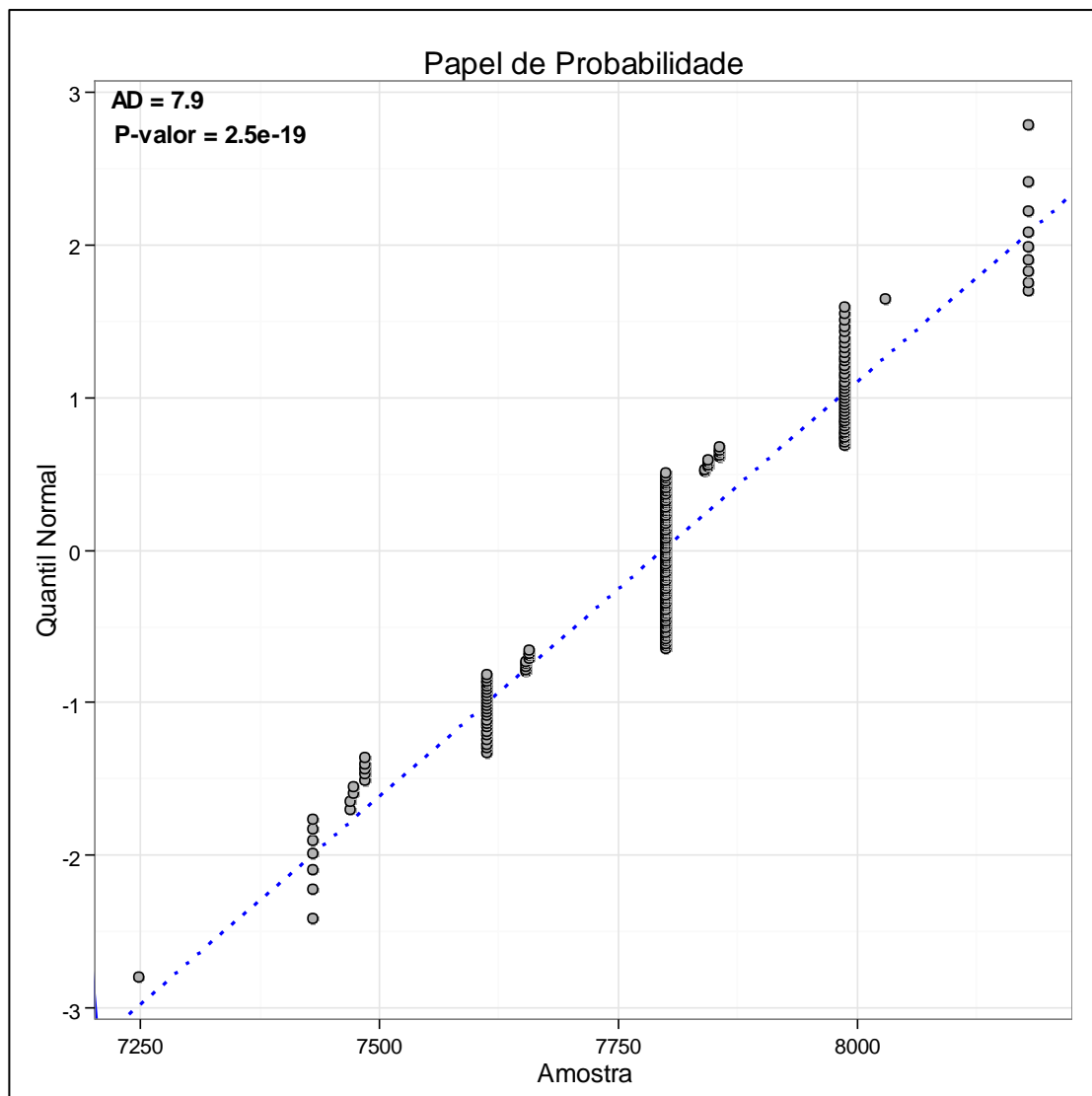
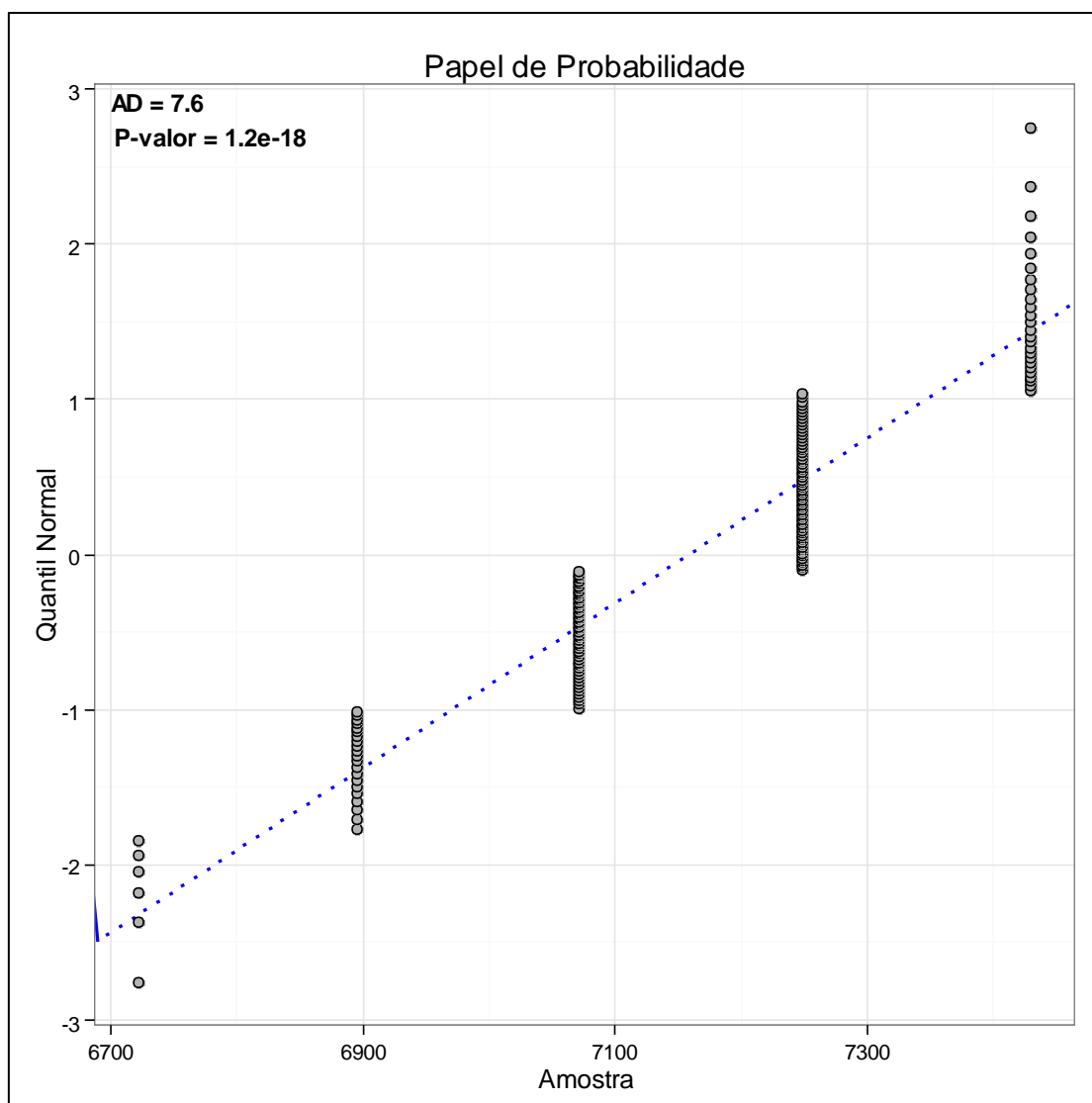


Figura M.5 – Teste de KS para a variável “Peso” da Fase 1 para a referência C70g

**Anexo N – SPC Multivariado: Distribuição dos dados transformados ao longo da reta normal obtida através do software Action Stat**



**Figura N.1 – Distribuição dos dados transformados da característica “Comprimento” da referência RC270g na reta Normal, obtida através do software Action Stat**



**Figura N.2 – Distribuição dos dados transformados da característica “Comprimento” da referência R270g na reta Normal, obtida através do software Action Stat**

## Anexo O – SPC Univariado: Fase 2

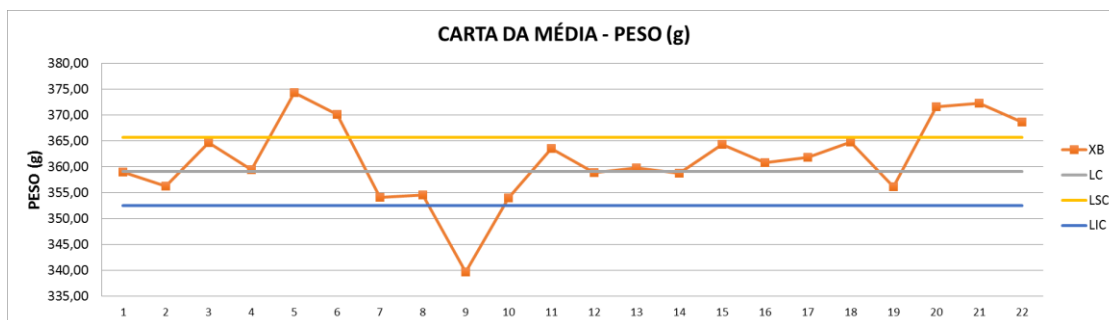


Figura O.1 – Carta de Controle da Média das Amostras do Peso para R270g

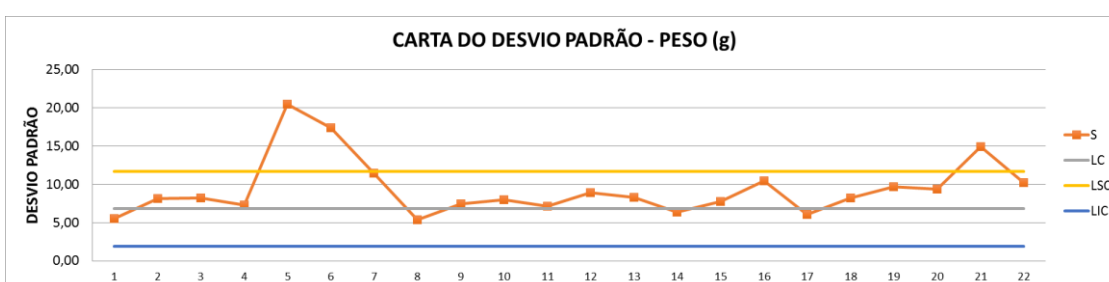


Figura O.2 – Carta de Controle do Desvio Padrão das Amostras do Peso para R270g

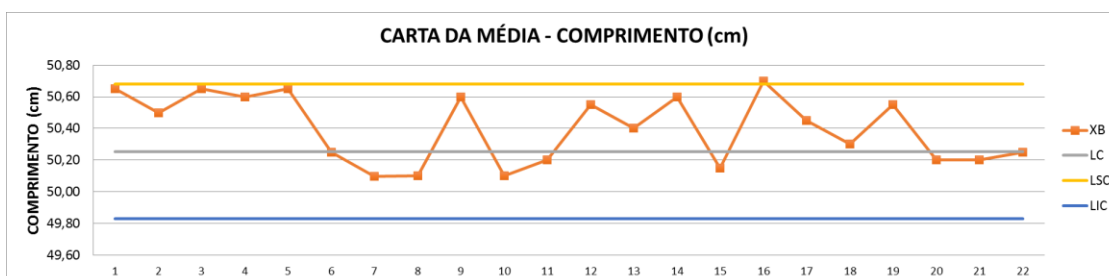


Figura O.3 – Carta de Controle da Média das Amostras do Comprimento para R270g

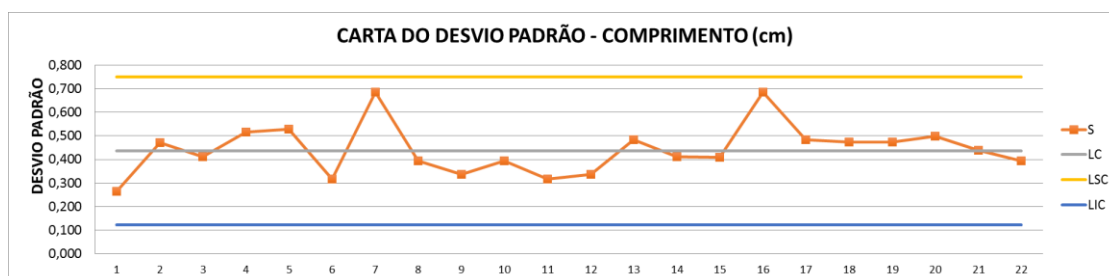


Figura O.4 – Carta de Controle do Desvio Padrão das Amostras do Comprimento para R270g



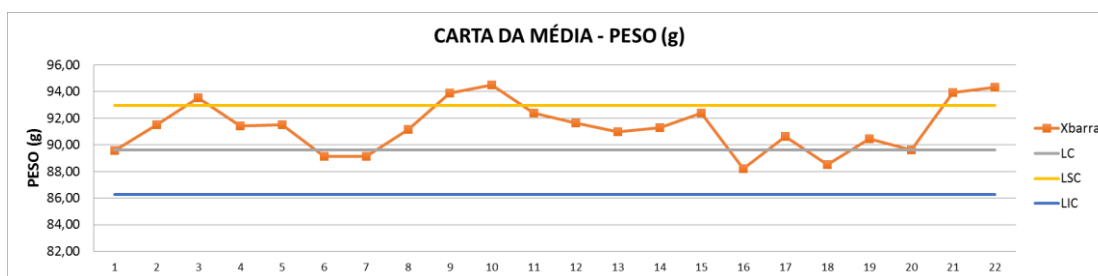


Figura O.5 – Carta de Controle da Média das Amostras do Peso para C70g

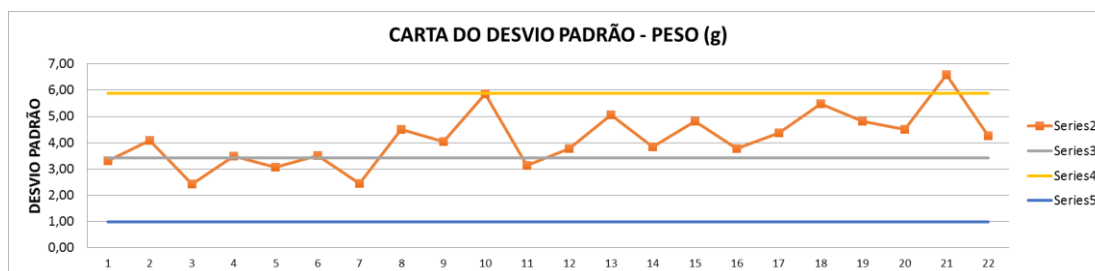


Figura O.6 – Carta de Controle do Desvio Padrão das Amostras do Peso para C70g

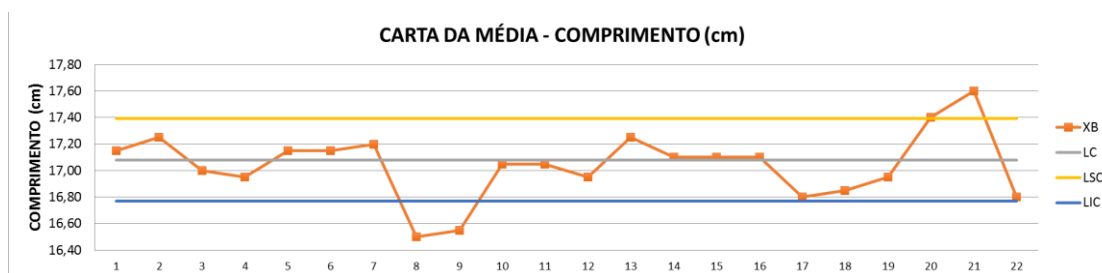


Figura O.7 – Carta de Controle da Média das Amostras do Comprimento para C70g

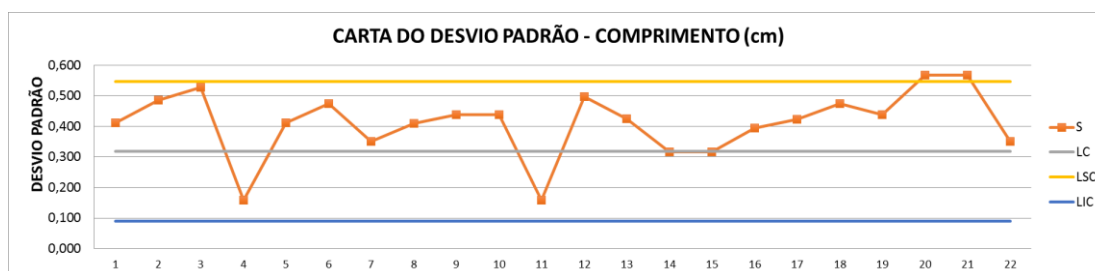
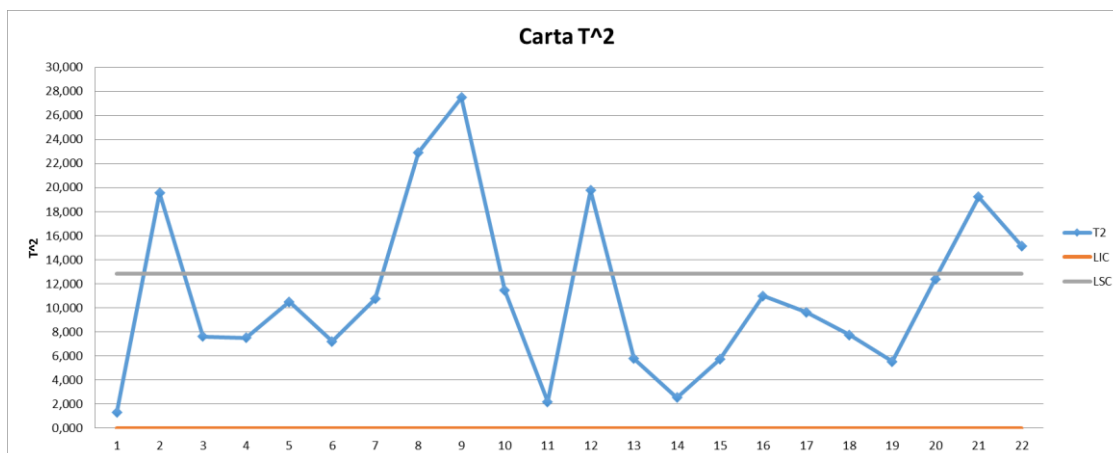
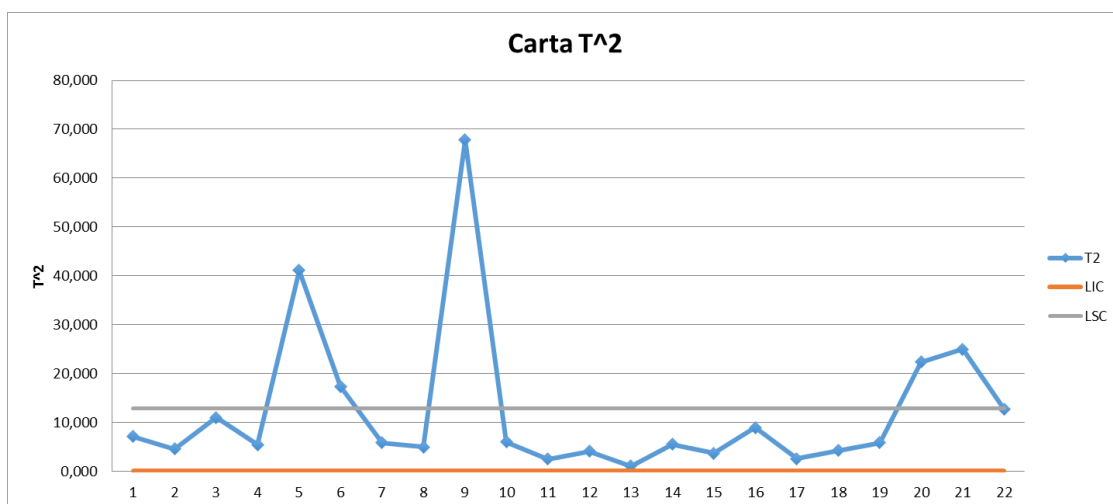
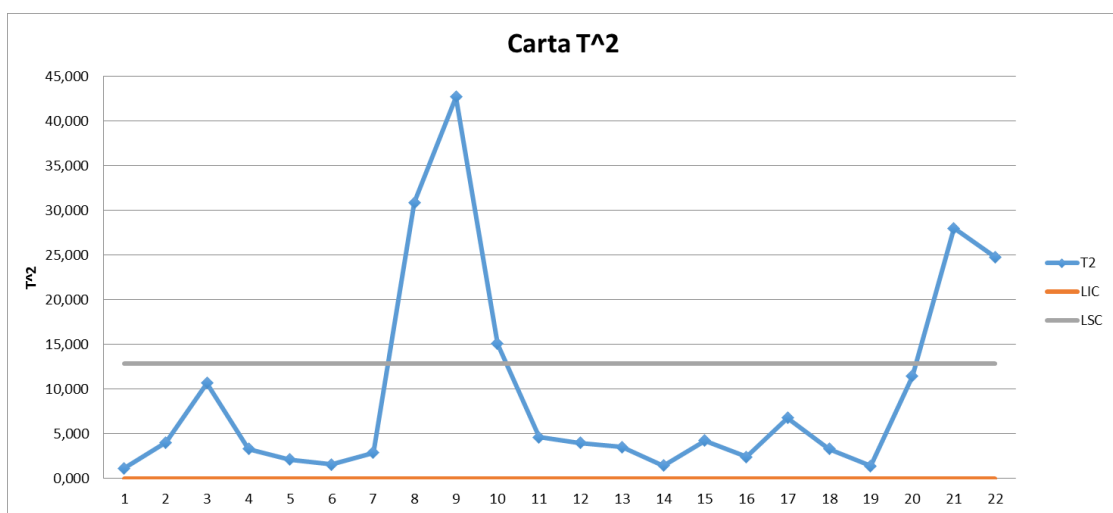


Figura O.8 – Carta de Controle do Desvio Padrão das Amostras do Comprimento para C70g

## Anexo P – SPC Multivariado: Fase 2

Figura P.1 – Carta  $T^2$  para a Fase 2 da referência RC270gFigura P.2 – Carta  $T^2$  para a Fase 2 da referência R270gFigura P.3 – Carta  $T^2$  para a Fase 2 da referência C70g

## Anexo Q – SPC Multivariado: Estatística d

Tabela Q.1 – Resultados obtidos para os cálculos da “Estatística d” para a referência R270g

Ponto	Estatística		$\chi^2_{\alpha;1}$
	$d_1 = T^2 - T^2_{(1)}$	$d_2 = T^2 - T^2_{(2)}$	
5	34,060	7,14	7,7428006
6	17,333	0,00	7,7428006
9	62,433	5,25	7,7428006
20	22,242	0,07	7,7428006
21	24,933	0,07	7,7428006

Tabela Q.2 – Resultados obtidos para os cálculos da “Estatística d” para a referência C70g

Ponto	Estatística		$\chi^2_{\alpha;1}$
	$d_1 = T^2 - T^2_{(1)}$	$d_2 = T^2 - T^2_{(2)}$	
7	7,19	29,72	7,7428006
8	23,18	32,22	7,7428006
9	15,08	1,30	7,7428006
19	3,45	15,08	7,7428006
20	20,01	11,88	7,7428006